

ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO HẦU TỰA ε -NGHIỆM CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU KHÔNG LỖI VỚI VÔ HẠN RÀNG BUỘC

Trần Văn Thạch

Trường Đại học Thủ Dầu Một

TÓM TẮT

Sử dụng điều kiện Karush-Kuhn-Tucker suy rộng chính xác đến ε và dựa trên tính chất ε -giả lồi áp dụng cho các hàm Lipschitz địa phương có trong bài toán, chúng tôi thiết lập một số điều kiện đủ tối ưu cho các hầu tựa ε -nghiệm của bài toán tối ưu không lồi có vô hạn ràng buộc.

Từ khóa: điều kiện Karush-Kuhn-Tucker suy rộng chính xác đến ε , hầu tựa ε -nghiệm

1. GIỚI THIỆU

Trong bài báo này, chúng tôi thiết lập một số điều kiện tối ưu xấp xỉ cho bài toán tối ưu không lồi. Chủ đề này đã được quan tâm bởi nhiều tác giả trong những năm gần đây như: [2], [3], [4], [5], [6], [7].

Trong tối ưu, việc tìm hiểu các nghiệm xấp xỉ của bài toán là vấn đề cần thiết. Ngoài khái niệm ε -nghiệm có tính chất toàn cục, còn có các khái niệm nghiệm xấp xỉ mang tính địa phương như: tựa ε -nghiệm, hầu tựa ε -nghiệm. Nếu như các nghiệm tối ưu của bài toán lồi có tính toàn cục thì đối với bài toán không lồi, việc nghiên cứu về nghiệm địa phương tỏ ra thích hợp hơn.

Chúng tôi xét điều kiện tối ưu cho các hầu tựa ε -nghiệm đối với bài toán tối ưu không lồi có dạng sau đây:

$$\begin{aligned} \text{(P)} \quad & \text{Minimize} \quad f(x) \\ & \text{subject to} \quad g_t(x) \leq 0, t \in T, \\ & \quad \quad \quad x \in C, \end{aligned}$$

trong đó $f, g_t : X \rightarrow \mathbf{R}, t \in T$, là các hàm Lipschitz địa phương trên không gian Banach X , T là tập chỉ số có thể vô hạn, C là tập lồi đóng trong X . Kết quả của chúng tôi được phát triển từ bài báo [6] và [7], ở đó điều kiện đủ tối ưu được thiết lập dựa trên điều kiện Karush-Kuhn-Tucker (KKT) cùng với tính chất chính quy, tính tựa lồi và tính giả lồi áp dụng cho các hàm số trong bài toán.

2. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Trong bài báo này, X là không gian Banach, T là không gian tô-pô compact, C là tập lồi đóng trong X , và $f : X \rightarrow \mathbf{R}$ là hàm Lipschitz địa phương trên X . Giả sử rằng các hàm ràng buộc $g_t : X \rightarrow \mathbf{R}$, là các hàm Lipschitz địa phương theo x đều theo t , tức là, với mỗi $x \in X$, tồn tại lân cận U của x và hằng số $K > 0$ sao cho

$$|g_t(z) - g_t(z')| \leq K \|z - z'\|, \forall z, z' \in U, \forall t \in T.$$

Các khái niệm sau đây dễ dàng tìm được trong tài liệu Clarke [1].

Cho $f : X \rightarrow \mathbf{R}$ là hàm Lipschitz địa phương.

Đạo hàm theo hướng của f tại $z \in X$ theo hướng $d \in X$, ký hiệu $f'(z; d)$, được định nghĩa bởi $f'(z; d) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(z + td) - f(z)}{t}$ nếu giới hạn trên tồn tại.

Đạo hàm Clarke theo hướng suy rộng của f tại $z \in X$ theo hướng $d \in X$, ký hiệu $f^\circ(z; d)$, được định nghĩa $f^\circ(z; d) = \limsup_{\substack{h \rightarrow 0 \\ t \rightarrow 0^+}} \frac{f(z + h + td) - f(z + h)}{t}$ và dưới vi phân

Clarke của f tại $z \in X$, ký hiệu $\partial^c f(z)$, được định nghĩa bởi

$$\partial^c f(z) = \left\{ u \in X^* \mid u(d) \leq f^\circ(z; d), \forall d \in X \right\}, \text{ trong đó } X^* \text{ là không gian đối ngẫu của } X.$$

Hàm Lipschitz địa phương f được gọi là chính quy (tựa khả vi) tại $z \in X$ nếu $f'(z; d)$ tồn tại và $f^\circ(z; d) = f'(z; d)$ với mọi $d \in X$.

Cho C là tập con đóng trong X và khác rỗng. Nón tiếp tuyến của C tại z , ký hiệu $T_C(z)$ được định nghĩa $T_C(z) = \{x \in X \mid d_C^0(z; x) = 0\}$, trong đó d_C là hàm khoảng cách.

Nón pháp tuyến của $z \in C$, ký hiệu $N_C(z)$, được định nghĩa bởi

$$N_C(z) = \left\{ u \in X^* \mid u(x) \leq 0, \forall x \in T_C(z) \right\}.$$

Khi C là tập lồi thì $N_C(z)$ trùng với nón pháp tuyến thông thường trong giải tích lồi

$$N_C(z) = \left\{ u \in X^* \mid u(x - z) \leq 0, \forall x \in C \right\}.$$

Định nghĩa 2.1. Cho $C \subset X$ và $f : X \rightarrow \mathbf{R}$ là hàm Lipschitz địa phương.

(i). Hàm f được gọi là giả lồi tại $z \in C$ nếu

$$\forall x \in C : f(x) < f(z), \forall u \in \partial^c f(z) \Rightarrow u(x - z) < 0.$$

(ii). Hàm f được gọi là tựa lồi tại $z \in C$ nếu

$$\forall x \in C : f(x) \leq f(z), \forall u \in \partial^c f(z) \Rightarrow u(x - z) \leq 0.$$

Định nghĩa 2.2. Cho $C \subset X$ và $\varepsilon \geq 0$. Một hàm $f : X \rightarrow \mathbf{R}$ gọi là ε -giả lồi tại $z \in C$ nếu thỏa mãn 2 điều kiện sau:

(i). f là hàm Lipschitz địa phương tại z ;

$$(ii). \forall d \in X : z + d \in C, f^\circ(z; d) + \sqrt{\varepsilon} \|d\| \geq 0 \Rightarrow f(z + d) + \sqrt{\varepsilon} \|d\| \geq f(z).$$

Định nghĩa 2.3. Cho C là tập con trong X và $\varepsilon \geq 0$. Một hàm $f : X \rightarrow \mathbf{R}$ được gọi là ε -nửa lồi tại $z \in C$ nếu thỏa mãn 2 điều kiện sau:

(i). f chính quy tại z ,

$$(ii). \forall d \in X : z + d \in C, f^\circ(z; d) + \sqrt{\varepsilon} \|d\| \geq 0 \Rightarrow f(z + d) + \sqrt{\varepsilon} \|d\| \geq f(z).$$

Khi $\varepsilon = 0$ thì hàm f trong định nghĩa trên, được gọi là hàm nửa lồi tại z .

Chúng tôi sử dụng không gian tuyến tính $\mathbf{R}^{(T)}$, là tập hợp các dãy suy rộng $\lambda = (\lambda_t)_{t \in T}$, trong đó những $\lambda_t \neq 0$ nhiều lắm là hữu hạn. Với $\lambda = (\lambda_t) \in \mathbf{R}^{(T)}$, giá của λ được ký hiệu $T(\lambda)$, là tập hợp được xác định bởi $T(\lambda) = \{t \in T \mid \lambda_t \neq 0\}$.

Hiển nhiên $T(\lambda)$ là tập con hữu hạn của T . Nó không âm trong $\mathbf{R}^{(T)}$, ký hiệu $\mathbf{R}_+^{(T)}$ được xác định bởi $\mathbf{R}_+^{(T)} = \{(\lambda_t) \in \mathbf{R}^{(T)} \mid \lambda_t \geq 0, \forall t \in T\}$.

Dễ thấy rằng tập hợp $\mathbf{R}_+^{(T)}$ là một nón lồi trong $\mathbf{R}^{(T)}$. Không gian $\mathbf{R}^{(T)}$ được trang bị chuẩn $\|\cdot\|_1$, xác định như sau: $\|\lambda\|_1 := \sum_{t \in T} |\lambda_t| = \sum_{t \in T(\lambda)} |\lambda_t|, \forall \lambda \in \mathbf{R}^{(T)}$.

Với $\lambda \in \mathbf{R}^{(T)}$ và $g_t, t \in T$, là những hàm Lipschitz địa phương trên X , chúng ta quy ước:

$$\sum_{t \in T} \lambda_t g_t := \begin{cases} \sum_{t \in T(\lambda)} \lambda_t g_t & \text{khi } T(\lambda) \neq \emptyset, \\ 0 & \text{khi } T(\lambda) = \emptyset. \end{cases}$$

Với bài toán (P), ký hiệu A là tập chấp nhận của (P), được xác định bởi

$$A = \{x \in X \mid g_t(x) \leq 0, \forall t \in T\}.$$

Cho $\varepsilon \geq 0$, tập ε -chấp nhận của bài toán (P), ký hiệu A_ε , được xác định bởi

$$A_\varepsilon = \{x \in X \mid g_t(x) \leq \sqrt{\varepsilon}, \forall t \in T\}.$$

Định nghĩa 2.4. Cho $\varepsilon \geq 0$. Phần tử $z \in A_\varepsilon$ được gọi là:

- (i). một hầu ε -nghiệm của bài toán (P) nếu $f(z) \leq f(x) + \varepsilon, \forall x \in A$;
- (ii). một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P) nếu $f(z) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z\|, \forall x \in A$.

3. MỘT SỐ KẾT QUẢ

Để thiết lập các điều kiện đủ cho hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P), chúng tôi nhắc lại một vài kết quả trong [6]. Chúng ta ký hiệu $(\mathcal{A})$ là điều kiện mà nó thỏa mãn ít nhất một trong hai điều kiện sau:

- (a1). X tách được;
- (a2). X mêtric hóa được và $\partial^c g_t(x)$ là “nửa liên tục trên” theo $t \in T$ với $x \in X$.

Mệnh đề 3.1 [6, Theorem 4.1]. Cho $\varepsilon \geq 0$ và $z_\varepsilon \in A$ là ε -tựa nghiệm của (P). Giả thiết rằng điều kiện $(\mathcal{A})$ được thỏa mãn. Nếu điều kiện sau đây được thỏa mãn

$$\begin{aligned} & \exists d \in T_C(z_\varepsilon) : g_t^0(z_\varepsilon; d) < 0, \forall t \in I(z_\varepsilon) = \{t \in T \mid g_t(z_\varepsilon) = 0\}, \\ & \text{và bao lồi của tập } \{\cup \partial^c g_t(x) \mid t \in T_C(z_\varepsilon)\} \text{ là đóng yếu }^*, \text{ thì tồn tại } \lambda \in \mathbf{R}_+^{(T)} \text{ sao cho} \\ & 0 \in \partial^c f(z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t \partial^c g_t(z_\varepsilon) + N_C(z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} B^*, \quad g_t(z_\varepsilon) = 0, \forall t \in T(\lambda), \end{aligned} \quad (3.1)$$

trong đó B^* là hình cầu đơn vị đóng trong X^* .

Nếu cặp (z_ε, λ) thỏa mãn điều kiện (3.1) thì nó được gọi là cặp Karush-Kuhn-Tucker (KKT) chính xác đến ε . Mở rộng khái niệm này, ta có định nghĩa sau đây.

Định nghĩa 3.1. Cho $\varepsilon \geq 0$. Cặp $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ được gọi là thỏa điều kiện KKT suy rộng chính xác đến ε nếu

$$0 \in \partial^c f(z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t \partial^c g_t(z_\varepsilon) + N_C(z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} B^*, \quad g_t(z_\varepsilon) \geq 0, \forall t \in T(\lambda), \text{ trong đó } B^*$$

là hình cầu đơn vị đóng trong X^* . Khi đó cặp (z_ε, λ) được gọi là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Nó được gọi là chặt nếu $g_t(z_\varepsilon) > 0, \forall t \in T(\lambda)$.

Sự hợp lý của định nghĩa cặp KKT suy rộng này dựa trên một định lý đã được giới thiệu trong bài báo [6], ở đó đã chỉ ra sự tồn tại của điều kiện

$$0 \in \partial^c f(z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t \partial^c g_t(z_\varepsilon) + N_C(z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} B^* \text{ nếu } z_\varepsilon \text{ là một hầu tựa } \varepsilon\text{-nghiệm của}$$

(P). Từ đó cặp KKT suy rộng chính xác đến ε được dùng để khảo sát nghiệm tối ưu xấp xỉ của bài toán (P).

Định lý 3.1 [6, Theorem 4.3]. Với bài toán (P), giả thiết rằng C là tập con lồi trong X và $g_t, t \in T$, là các hàm lồi. Cho $\varepsilon \geq 0$ và $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Nếu f là hàm ε -nửa lồi tại z_ε tương ứng với C , thì

$$f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|, \quad \forall x \in C \text{ sao cho } g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda).$$

Đặc biệt, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Đầu tiên chúng tôi làm yếu giả thiết trong Định lý 3.1, bằng cách mở rộng hàm mục tiêu từ ε -nửa lồi thành ε -giả lồi; đồng thời thay các hàm ràng buộc từ các hàm lồi bởi các hàm chính quy và tựa lồi.

Định lý 3.2. Với bài toán (P), cho $\varepsilon \geq 0$ và $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$, là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Giả sử rằng C là tập lồi trong X , f là hàm ε -giả lồi tại z_ε và $g_t, t \in T$, là các hàm chính quy và tựa lồi tại z_ε . Khi đó $f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|, \forall x \in C$ sao cho $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda)$.

Đặc biệt, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Chứng minh.

Giả sử $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Ta có

$$0 \in \partial^c f(z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t \partial^c g_t(z_\varepsilon) + N_C(z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} B^*, \quad g_t(z_\varepsilon) \geq 0, \forall t \in T(\lambda).$$

Khi đó, tồn tại $u \in \partial^c f(z_\varepsilon); v_t \in \partial^c g_t(z_\varepsilon), t \in T; w \in N_C(z_\varepsilon); s \in B^*$,

$$\text{sao cho } u + \sum_{t \in T} \lambda_t v_t + w + \sqrt{\varepsilon} s = 0.$$

Vì $s \in B^* = \{v \in X^* \mid v(x) \leq \|x\|, \forall x \in X\}$ nên $s(x - z_\varepsilon) \leq \|x - z_\varepsilon\|, \forall x \in C$.

Vì $w \in N_C(z_\varepsilon) = \{v \in X^* \mid v(x - z_\varepsilon) \leq 0, \forall x \in C\}$ nên $w(x - z_\varepsilon) \leq 0, \forall x \in C$.

Kết hợp các bất đẳng thức trên ta được

$$u(x - z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t v_t(x - z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq 0, \quad \forall x \in C. \quad (3.2)$$

Lấy $x \in C$ sao cho $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda)$.

Vì $v_t \in \partial^c g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T$ và $g_t, t \in T$, là những hàm tựa lồi tại z_ε ,

nên theo Định nghĩa 2.1, ta có $v_t(x - z_\varepsilon) \leq 0, \forall t \in T(\lambda)$. (3.3)

Mặt khác, vì $u \in \partial^c f(z_\varepsilon)$ nên $u(x - z_\varepsilon) \leq f^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon)$. (3.4)

Kết hợp các kết quả (3.2), (3.3) và (3.4), ta được

$$f^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq 0.$$

Do f là hàm ε -giả lồi tại z_ε , nên theo Định nghĩa 2.2, ta có

$$f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq f(z_\varepsilon).$$

Vậy $f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|, \forall x \in C$ (3.5)

thỏa mãn $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda)$.

Vì $A \subset C$ nên bất đẳng thức (3.5) cũng đúng với mọi $x \in A$.

Vậy, theo Định nghĩa 2.4, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Nhận xét. Một hàm lồi cũng là một hàm chính quy và tựa lồi. Một hàm ε -nửa lồi cũng là một hàm ε -giả lồi. Nên Định lý 3.1 được xem là một hệ quả của Định lý 3.2.

Sau đây, chúng tôi nhắc lại khái niệm hàm Lagrange, nhằm vận dụng vào định lý sau. Hàm Lagrange $L(., \lambda)$ tương ứng với bài toán (P) được định nghĩa bởi

$$L(x, \lambda) = \begin{cases} f(x) + \sum_{t \in T} \lambda_t g_t(x), & \text{khi } (x, \lambda) \in C \times \mathbf{R}_+^{(T)} \\ +\infty, & \text{khi } (x, \lambda) \notin C \times \mathbf{R}_+^{(T)}. \end{cases}$$

Bây giờ chúng tôi giảm nhẹ giả thiết trong Định lý 3.1, cho các hàm ràng buộc, đồng thời trang bị thêm hàm Lagrange thỏa mãn tính ε -giả lồi, khi đó chúng tôi cũng đưa ra điều kiện đủ cho sự tồn tại nghiệm tối ưu có tính địa phương.

Định lý 3.3. Với bài toán (P), cho $\varepsilon \geq 0$ và $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Giả sử rằng C là tập lồi trong X và $f, g_t, t \in T$, là các hàm chính quy tại z_ε . Nếu hàm $L(., \lambda)$ là ε -giả lồi tại z_ε thì

$$f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|, \forall x \in C \text{ sao cho } g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda).$$

Đặc biệt, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Chứng minh.

Giả sử $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Lập luận như trong chứng minh (phần đầu) của Định lý 3.2, tồn tại

$$u \in \partial^c f(z_\varepsilon); v_t \in \partial^c g_t(z_\varepsilon), t \in T; w \in N_C(z_\varepsilon); s \in B^*, \text{ thỏa mãn}$$

$$u(x - z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t v_t(x - z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq 0, \forall x \in C.$$

Lấy $x \in C$ sao cho $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda)$.

Vì $u \in \partial^c f(z_\varepsilon)$ và $v_t \in \partial^c g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T$, nên

$$u(x - z_\varepsilon) \leq f^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon) \text{ và } v_t(x - z_\varepsilon) \leq g_t^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon), \forall t \in T.$$

Kết hợp các tính chất trên, ta được

$$f^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon) + \sum_{t \in T} \lambda_t g_t^o(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq 0.$$

Hay $L^o(.,\lambda)(z_\varepsilon; x - z_\varepsilon) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq 0$.

Vì $L(.,\lambda)$ là hàm ε -giả lồi tại z_ε , nên ta nhận được

$$L(.,\lambda)(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq L(.,\lambda)(z_\varepsilon).$$

Hay

$$f(x) + \sum_{t \in T(\lambda)} \lambda_t g_t(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq f(z_\varepsilon) + \sum_{t \in T(\lambda)} \lambda_t g_t(z_\varepsilon).$$

Vì $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon)$, $\forall t \in T(\lambda)$, nên suy ra $f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\| \geq f(z_\varepsilon)$.

Vậy, $f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|$, $\forall x \in C$ thỏa mãn $g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon)$, $\forall t \in T(\lambda)$.

Vì $A \subset C$ nên bất đẳng thức nêu trên cũng đúng với mọi $x \in A$.

Do đó, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Nhận xét. Vì một hàm ε -hầu lồi cũng là một hàm ε -giả lồi, nên hệ quả sau đây được suy ra trực tiếp từ Định lý 3.3.

Hệ quả 3.1. Với bài toán (P), cho $\varepsilon \geq 0$ và $(z_\varepsilon, \lambda) \in A_\varepsilon \times \mathbf{R}_+^{(T)}$ là cặp KKT suy rộng chính xác đến ε . Giả sử rằng C là tập lồi trong X và $f, g_t, t \in T$, là các hàm chính quy tại z_ε . Nếu hàm $L(.,\lambda)$ là ε -hầu lồi tại z_ε thì

$$f(z_\varepsilon) \leq f(x) + \sqrt{\varepsilon} \|x - z_\varepsilon\|, \forall x \in C \text{ sao cho } g_t(x) \leq g_t(z_\varepsilon), \forall t \in T(\lambda).$$

Đặc biệt, z_ε là một hầu tựa ε -nghiệm của bài toán (P).

Chú ý. Ngoài cách áp dụng Định lý 3.3, để suy ra Hệ quả 3.1, chúng tôi còn phát biểu và chứng minh trực tiếp (kết quả này), trong bài báo [7] (Theorem 3.3), năm 2012.

OPTIMALITY CONDITIONS FOR ALMOST ε -QUASISOLUTIONS OF A NONCONVEX OPTIMIZATION PROBLEM WITH AN INFINITE NUMBERS OF CONSTRAINTS

Tran Van Thach

Thu Dau Mot University

ABSTRACT

Using a condition of generalized Karush-Kuhn-Tucker pair up to ε and based on a property of ε -pseudoconvex applied for locally Lipschitz functions involved, we established some sufficient optimality conditions for almost ε -quasisolutions of a nonconvex optimization problem which has an infinite numbers of constraints.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Clarke F.H., *Optimization and non smooth analysis*, Willey-Interscience, New York (1983).
- [2] Dinh N. and Son T.Q., *Approximate optimality condition and duality for convex infinite programming problems*, J. Science and Technology Development, Vol. 10, pp. 29-38, 2007.
- [3] Lorian P., *Necessary conditions for ε -optimality*, Math. Program. Study, Vol. 19, pp. 140-152, 1982.
- [4] Strodiot J.J., Nguyen V.H., and Heukemes N., *ε -Optimal Solutions in Nondifferentiable Convex Programming and Some Related Questions*, Math. Programming, Vol. 25, pp. 307-328, 1983.

- [5] Son T.Q., Dinh N., *Characterizations of Optimal Solution Sets of Convex Infinite Programs*, TOP, 16, pp. 147-163, 2008.
- [6] Son T.Q., Strodio J.J., Nguyen V.H., *ϵ -Optimality and ϵ -Lagrangian duality for a nonconvex programming problem with an infinite number of constraints*, J. Optim. Theory Appl., Vol. 141, pp. 389-409, 2009.
- [7] Thach T.V. and Son T.Q., *Almost ϵ -quasisolutions of nonconvex problem with an infinite number of constraints*, J. Science & Technology Development, Vol. 15, pp. 57-68, 2012.