MỐI QUAN HỆ THỂ CHẾ VỚI PHÂN PHỐI CHUẨN TRONG VIỆC DẠY VÀ HỌC XÁC SUẤT THỐNG KÊ Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC Y DƯỢC TP HỒ CHÍ MINH

ĐÀO HỒNG NAM*

TÓM TẮT

Bài báo này bàn đến mối quan hệ thể chế với đối tượng "Phân phối chuẩn", một tri thức quan trọng và rất cần thiết trong việc dạy và học xác suất thống kê ở Đại học Y Dược TP Hồ Chí Minh. Cụ thể, đặt trong khuôn khổ của lý thuyết Nhân chủng học và cách tiếp cận của hợp đồng didatic để nghiên cứu những đặc trưng cơ bản của quan hệ thể chế với phân phối chuẩn và những ràng buộc của thể chế lên đối tượng này. Từ đó, trả lời câu hỏi: Tại sao phân phối chuẩn chưa được khai thác hiệu quả trong dạy và học xác suất thống kê ở Đại học Y Dược TP Hồ Chí Minh?

ABSTRACT

Institutional relations within normal distribution in teaching and learning probability and statistics at Ho Chi Minh City University of Medicine and Pharmacy

This paper is about the institutional relations within "Normal Distribution" objects, an essential and important knowledge in teaching and learning Probability and Statistics at Ho Chi Minh City University of Medicine and Pharmacy. Concretely, within the frame of the anthropological theory and didactical contract approach, the basic characteristics between the institutional relations within Normal Distribution and the constraint of the institution on these objects are investigated. Thereby, the question: "Why has the normal distribution not been exploited effectively in teaching and learning Probability and Statistics at Ho Chi Minh City University of Medicine and Pharmacy?" will be answered.

1. Mở đầu

Xác suất và thống kê có một phạm vi ứng dụng rộng rãi trong hầu hết các ngành khoa học: khoa học tự nhiên, khoa học xã hội, y học, sinh học,… nhiều mô hình xác suất đã được sử dụng đặc biệt là phân phối chuẩn.

Có thể nói phân phối chuẩn có một vai trò và vị trí hết sức quan trọng vì hầu hết các hiện tượng sinh học tự nhiên như chiều cao, cân nặng, huyết áp, mật độ xương, đường huyết,… đều có thể mô tả bằng phân phối chuẩn. Chính vì thế phân phối chuẩn được ứng dụng rộng rãi trong khoa học thực nghiệm, nó là nền tảng cho hầu hết các suy diễn trong thống kê.

Trong bài báo này, đối tượng O mà chúng tôi quan tâm là "phân phối chuẩn" do những ưu thế và những ứng dụng của nó trong y sinh học. Cụ thể, đặt trong khuôn khổ của lý thuyết Nhân chủng học và cách tiếp cận của hợp đồng didatic, chúng tôi sẽ nghiên cứu những đặc trưng cơ bản của quan hệ thể chế với phân phối chuẩn và những ràng buộc của thể chế lên đối tượng này. Nghiên cứu này sẽ cho phép chúng tôi tìm ra câu trả lời tại sao phân phối chuẩn chưa được khai thác

* ThS, Trường Đại học Y Dược TP HCM

hiệu quả trong dạy và học xác suất thống kê ở Đại Học Y Dược (ĐHYD) TP HCM.

2. Các công cụ lý thuyết

2.1. Quan hệ thể chế, quan hệ cá nhân

2.1.1. Quan hệ thể chế

Quan hệ R(I, O) của thể chế I với tri thức O là tập hợp các tác động qua lại mà thể chế I có với tri thức O. Nó cho biết O xuất hiện ở đâu, như thế nào, tồn tại ra sao, có vai trò gì, … trong I.

2.1.2. Quan hệ cá nhân

Quan hệ R(X, O) của cá nhân X với tri thức O là tập hợp tác động qua lại mà cá nhân X có với tri thức O. Nó cho biết X nghĩ gì, hiểu như thế nào về O, có thể thao tác O ra sao?

Việc học tập của cá nhân X về đối tượng tri thức O chính là quá trình thiết lập hay điều chỉnh mối quan hệ R(X, O). Hiển nhiên, đối với một tri thức O, quan hệ của thể chế I mà cá nhân X là một thành phần luôn luôn để lại dấu ấn trong quan hệ R(X, O). Muốn nghiên cứu R(X, O) ta cần đặt nó trong R(I, O)

2.2. Tổ chức toán học và hợp đồng didactic

2.2.1. Tổ chức toán học

Hoạt động toán học là một bộ phận của các hoạt động trong một xã hội, thực tế toán học cũng là một kiểu thực thể xã hội nên cần xây dựng một mô hình cho phép mô tả và nghiên cứu thực tế đó. Chính trên quan điểm này mà Yves Chevallard (1998) đã đưa ra khái niệm praxéologie.

Theo Chevallard, mỗi praxéologie là một bộ gồm 4 thành phần $[T, \tau, \theta, \Theta]$ trong đó T là một kiểu nhiệm vụ, τ là kỹ thuật cho phép giải quyết T, θ là công nghệ giải thích cho kỹ thuật τ, Θ là lý thuyết giải thích cho công nghệ θ.

Một praxéologie mà các thành phần đều mang bản chất toán học được gọi là một tổ chức toán học.

Việc phân tích các tổ chức toán học liên quan đến đối tượng tri thức O cho phép ta vạch rõ mối quan hệ R(I, O) của thể chế I đối với tri thức O, từ đó hiểu được quan hệ cá nhân X duy trì đối với O.

Việc chỉ rõ các tổ chức toán học liên quan đến tri thức O cũng giúp ta xác định một số quy tắc của hợp đồng didactic: mỗi cá nhân có quyền làm gì, không có quyền làm gì, có thể sử dụng tri thức O như thế nào chẳng hạn.

2.2.2. Hợp đồng didactic

Hợp đồng didactic liên quan đến một đối tượng dạy - học là một sự mô hình hóa các quyền lợi và nghĩa vụ ngầm ẩn của giáo viên cũng như của học sinh đối với đối tượng đó. Nó là một tập hợp những quy tắc (thường không được phát biểu tường minh) phân chia và giới hạn trách nhiệm của mỗi thành viên, học sinh và giáo viên, về một tri thức toán học được giảng dạy.

Khái niệm hợp đồng didactic cho phép ta giải thích các ứng xử của giáo viên và học sinh, tìm ra ý nghĩa của những hoạt động mà họ tiến hành, từ đó có thể giải thích một cách rõ ràng và chính xác những sự kiện quan sát được trong lớp học.

3. Mối quan hệ thể chế với phân phối chuẩn

Mục đích của chúng tôi trong bài báo này là làm rõ mối quan hệ thể chế I: Dạy học xác suất thống kê (XS-TK) ở ĐHYD TP HCM với đối tượng tri thức

O: phân phối chuẩn. Qua đó, chúng tôi muốn tìm câu trả lời cho các câu hỏi sau:

- Cách đưa vào phân phối chuẩn trong chương trình và giáo trình như thế nào?
- Các praxéologie liên quan đến phân phối chuẩn được đưa vào giáo trình
- Các hợp đồng didactic trong việc dạy học XS-TK.

Giáo trình mà chúng tôi sử dụng để phân tích là Giáo trình xác suất thống kê (Chu Văn Thọ, Trần Đình Thanh, Phạm Minh Bửu, Nguyễn Văn Liêng, ĐHYD Tp.HCM, 2009), gọi tắt là giáo trình Y.

3.1. Khái niệm phân phối chuẩn trong lịch sử

Cuốn sách đầu tiên về lý thuyết xác suất, *"The Doctrine of Chances: or a method of calculating the probability of events in play"* được viết bởi Abraham de Moivre và được xuất bản 3 lần vào những năm 1718, 1738 và 1756. Trong đó, khái niệm mật độ xác suất chưa được đề cập mà chỉ xoay quanh vấn đề luật của khai triển nhị thức $(a+b)^n$, nghiên cứu sâu các hệ số của hạng tử và chỉ ra khi n lớn, hệ số của hạng tử trung tâm xấp xỉ $\frac{2}{\sqrt{2\pi n}}$. Như vậy đây là dẫn nhập đầu tiên về phân phối chuẩn như là một xấp xỉ của phân phối nhị thức. Trong cuốn sách, vai trò của định lý giới hạn trung tâm được quan tâm, với định hướng ứng dụng trong khoa học bảo hiểm. Các định nghĩa và kết quả được trình bày với nhiều tính trực giác và thực nghiệm: "Phân phối xác suất của một số lần đạt mặt ngửa khi tung một đồng xu 1800 lần"

Tiếp theo, vào năm 1782, Laplace với những đóng góp to lớn về lý luận và tính toán đã đưa ra khái niệm về hàm mật độ xác suất và chuẩn hóa các tham số của phân phối chuẩn. Tích phân xác suất $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}dt = \sqrt{\pi}$, hàm Gauss $f(x) = e^{-x^2}$ được soi rọi vai trò, ý nghĩa trong bước tiến gắn với tên tuổi của Laplace. Năm 1812, ông hoàn tất công trình *Analytical theory of probabilities,* trong đó trình bày các kết quả căn bản với hình thức toán học chặt chẽ và toàn bộ lý thuyết sai số. Định lý giới hạn trung tâm cũng là một tác phẩm của ông, vào năm 1980, nhấn mạnh vai trò quan trọng về mặt lý luận của phân phối chuẩn. Thời kỳ Laplace nở rộ các phương pháp tính toán giải tích và khai sinh các hàm quan trọng trong XS-TK như hàm sai số:

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2}dt = 1 - \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, x^2\right)}{\sqrt{\pi}}$$

với ứng dụng lớn:

$$\mathrm{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right) = \Phi(n) - \Phi(-n) = 2\Phi(n) - 1$$

$$\mathrm{erfc}(x) = 1 - \mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{x}^{+\infty} e^{-t^2}dt$$

$$\omega(x) = e^{-x}\mathrm{erfc}(-\mathrm{i}x)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}\left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right) = 1 - \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

Năm 1808, Adrain (1775 - 1843) dùng phương pháp bình phương tối thiểu để chỉnh lý số liệu đo lường nêu lên bởi Robert Patterson và được bình luận, gợi ý bởi Nathaniel Bouditah (1773 - 1838). Trong đó, luật phân phối chuẩn của sai số được thiết lập, qua đó giá trị và tính tin cậy của phương pháp bình phương tối thiểu được chứng minh.

Năm 1809, Gauss công bố độc lập các kết quả trên trong tác phẩm lý thuyết về chuyển động của các thiên thể theo quỹ đạo conic. Trong đó, nhiều kết quả quan trọng như: phương pháp bình phương tối thiểu, phương pháp hợp lý cực đại và phân phối chuẩn. Theo ký hiệu của Gauss $\varphi\Delta = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-hh\Delta\Delta}$, trong đó Δ là độ lớn của sai số, h là độ chính xác của quan sát, φΔ là luật xác suất của sai số phép đo với độ lớn Δ. Ông đặt giả thuyết rằng giá trị kỳ vọng là trung bình số học của các giá trị đo được, rồi chứng minh luật phân phối chuẩn của sai số là luật phân phối duy nhất hợp lý cho sự chọn lựa giá trị trung bình như là một đánh giá xấp xỉ cho tham số vị trí. Sử dụng luật phân phối này như một hình mẫu phổ biến cho sai số thực nghiệm, ông đã xây dựng phương pháp bình phương tối thiểu phi tuyến gia trọng.

Năm 1860, Maxwell nêu lên luật phân phối Maxwell: "Khi tổng số hạt là N thì số các hạt chuyển động phân bố theo một hướng, nằm giữa x và x + dx, là

$N\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{\alpha^2}} dx$"

Qua đó khẳng định rằng phân phối chuẩn không chỉ là một công cụ toán học phổ biến mà còn là một luật chi phối các hiện tượng tự nhiên.

Vào những năm cuối thế kỷ 19, khái niệm phân phối chuẩn đã hoàn chỉnh và tìm được ứng dụng rộng lớn. Năm 1905, Pearson (1837 - 1936) đã chính thức đặt tên cho phân phối này như ngày nay: phân phối chuẩn (Normal distribution). Nhiều ứng dụng sâu trong các chuyên ngành hẹp của toán học của phân phối chuẩn được triển khai.

3.2. Phân phối chuẩn trong thể chế I

3.2.1. Chương trình XS-TK trong thể chế I

Chương trình XS-TK thực hiện theo chương trình khung được Bộ Giáo dục và Đào tạo và Bộ Y tế thống nhất ban hành và thực hiện ở tất cả các trường/khoa y có đào tạo bác sĩ đa khoa.

Chương trình XS-TK của ĐHYD TP HCM được giảng dạy ở học kỳ 1 và 2 năm thứ hai tùy theo loại hình đào tạo (Chính quy hoặc Liên thông) với các hệ đào tạo như sau:

- Hệ Chính quy bao gồm: bác sĩ (Bs) 6 năm (Bs đa khoa, Bs Răng hàm mặt, Bs y học cổ truyền, Bs y học dự phòng), Dược sĩ, Cử nhân (Xét nghiệm, Điều dưỡng, Y tế công cộng, Kỹ thuật hình ảnh, Kỹ thuật phục hình răng, Vật lý trị liệu, Gây mê hồi sức, Nữ hộ sinh): 45 tiết
- Hệ Liên thông đại học bao gồm: Cử nhân (Xét nghiệm, Điều dưỡng, Y tế công cộng, Kỹ thuật hình ảnh, Kỹ thuật phục hình răng, Vật lý trị liệu, Gây mê hồi sức, Nữ hộ sinh), Dược: 45 tiết; Y học cổ truyền: 30 tiết.

Trong đó, phân phối chuẩn và những ứng dụng của phân phối này trong xác suất, ước lượng khoảng tin cậy (KTC) và kiểm định giả thuyết thống kê trong thể chế I được giảng dạy trong 18 tiết bao gồm những nội dung sau:

- Các phân phối xác suất thường dùng;
- Ước lượng KTC: Ước lượng KTC cho trung bình, cho tỷ lệ;
- Kiểm định giả thuyết thống kê: So sánh hai trung bình, so sánh hai tỷ lệ.

3.2.2. Phân phối chuẩn trong giáo trình Y

Trong y học, dịch tễ học là một ngành khoa học nghiên cứu về sức khỏe và bệnh tật của con người. Kiến thức về dịch tễ học được sử dụng để tìm hiểu nguyên nhân gây bệnh, xác định chính sách y tế cộng đồng và kế hoạch điều trị. Các công cụ và thống kê y sinh học là một phần không thể thiếu trong dịch tễ học. Còn đối với bác sĩ, họ phải nghiên cứu và hiểu được các phương pháp của thống kê y sinh học để có thể đánh giá về độ tin cậy của các kết quả được trình bày trong y văn, áp dụng các kết quả nghiên cứu trong điều trị và chăm sóc bệnh nhân. Họ cần phải biết chẩn đoán nào là tốt nhất, phương pháp điều trị nào là tối ưu. Những công việc kể trên chỉ là một phần nhỏ trong công việc hàng ngày của bác sĩ cần đến kiến thức về thống kê y sinh học.

Để thực hiện được các công việc này, các kiến thức về xác suất và thống kê y sinh học là rất quan trọng và rất cần thiết. Trong các kiến thức đó, phân phối chuẩn là một trong những kiến thức quan trọng không chỉ vì nó mô tả tốt các biến số mà còn bởi vì nó có một vai trò trọng tâm trong kỹ thuật phân tích thống kê. Hầu hết các lý thuyết thống kê đều xây dựng trên nền tảng phân phối chuẩn như: Phân phối chi bình phương (χ^2), phân phối Student (T), phân phối Fisher (F),…

Các phân phối xác suất thường dùng được đưa vào chương trình bao gồm: phân phối Bernoulli, phân phối nhị thức, phân phối Poisson, phân phối chuẩn, phân phối chi bình phương, phân phối Student và phân phối Fisher.

Vì vai trò, vị trí và những ứng dụng của phân phối chuẩn trong xác suất cũng như trong thống kê nên nó được giảng dạy với thời lượng lớn hơn so với các phân phối khác.

Tiến trình mà giáo trình Y đưa vào phân phối chuẩn như sau:

Phân phối chuẩn tắc
↓
Phân phối chuẩn

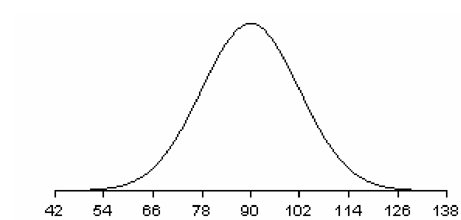
Phân phối chuẩn được định nghĩa như sau:

Đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với hai tham số μ và σ nếu hàm mật độ xác suất của X có dạng:

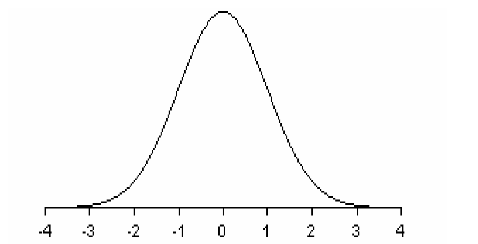
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},x\in R$$

Phân phối chuẩn có thể mô tả tốt cho nhiều hiện tượng tự nhiên nhưng các biến khác nhau về đơn vị đo nên khó có thể so sánh hai biến này vì vậy ta cần chuẩn hóa biến ngẫu nhiên X sao cho $\mu=0$ và $\sigma^2=1$. Khi đó biến ngẫu nhiên $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ được gọi là có phân phối chuẩn tắc, cách hoán chuyển này gọi là hoán chuyển z (z-score)

Phân phối chuẩn có đồ thị dạng hình chuông như sau:



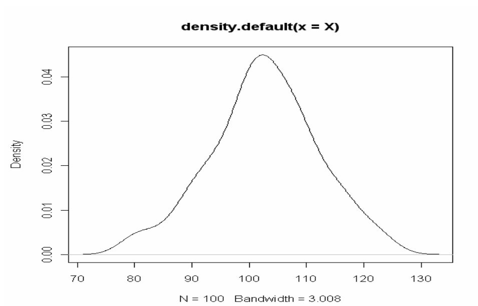
Hình 1. Phân phối chuẩn với $\mu=90$ ***và*** $\sigma^2=144$



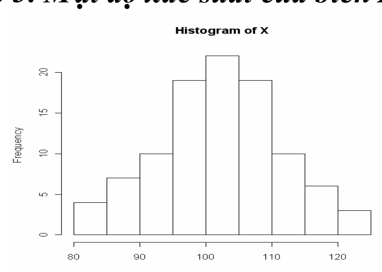
Hình 2. Phân phối chuẩn với $\mu = 0$ ***và*** $\sigma^2 = 1$ ***(phân phối chuẩn tắc)***

Ví dụ: Đo đường huyết X (mg%) của 100 người lớn khỏe mạnh ta có số liệu sau:

98, 99, 100, 110, 103, 106, 108, 97, 102, 112, 113, 106, 88, 101, 104, 102, 103, 99, 116, 84, 115, 100, 104, 109, 100, 90, 110, 102, 103, 93, 98, 118, 90, 100, 104, 106, 80, 105, 107, 114, 116, 111, 92, 96, 101, 87, 101, 118, 95, 115, 111, 112, 103, 86, 92, 96, 97, 107, 94, 89, 89, 89, 103, 115, 92, 93, 94, 103, 124, 105, 108, 107, 122, 102, 109, 110, 100, 92, 102, 98, 108, 100, 106, 120, 100, 95, 108, 104, 100, 122, 98, 97, 111, 117, 80, 81, 106, 108, 105, 101, 109



Hình 3. Mật độ xác suất của biến X



Hình 4. Biểu đồ tần số biến X

Nhìn vào đồ thị ta thấy số liệu phân bố hình chuông, đây là hình dạng của phân phối chuẩn.

Qua phân tích chương trình và giáo trình trong thể chế I, chúng tôi rút ra những kết luận sau:

Phân phối chuẩn và những ứng dụng được đưa vào giảng dạy trong hai phần chính là Xác suất và Thống kê.

Trong xác suất, phân phối chuẩn được ứng dụng trong việc tính xác suất các biến ngẫu nhiên liên tục như chiều cao, cân nặng, huyết áp, mật độ xương,… và tính xấp xỉ xác suất của các biến ngẫu nhiên có phân phối rời rạc như phân phối nhị thức bằng phân phối chuẩn.

Các tổ chức toán học liên quan đến đối tượng O được đưa vào giáo trình Y như sau:

T_{XS} **: Tính xác suất của các biến ngẫu nhiên X.**

Kiểu nhiệm vụ T_{XS} bao gồm các nhiệm vụ sau:

T_{XS}^{BT} **Tính xác suất của biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn**

τ_{XS1} : Gồm các bước:

- Chuẩn hóa biến ngẫu nhiên $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ thành biến ngẫu nhiên $U \sim N(0,1)$
- Áp dụng các tính chất của hàm ϕ_0 để tính xác suất
- Tra bảng 3.

θ_{XS1} :

$$P(a \le U \le b) = \int_a^b f(u)du = \int_{-\infty}^b f(u)du - \int_{-\infty}^a f(u)du = \phi_0(b) - \phi_0(a)$$

Với $\Phi_0(u) = P(U \le a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du$

Θ_{XS1}: Định lý: Nếu $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ thì $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

T_{XS}^{NT} **: Tính xác suất của biến ngẫu nhiên X có phân phối nhị thức**

τ_{XS2}: Gồm các bước:

- Đưa biến ngẫu nhiên $X \sim B(n,p)$ thành biến ngẫu nhiên $X \sim N(\mu,\sigma^2)$
- Sử dụng τ_{XS1}

θ_{XS2}: công thức: $\mu = np; \sigma^2 = np(1-p)$

Θ_{XS2}: Định lý Moivre – Laplace.

Sau đây là một ví dụ được trình bày trong giáo trình Y nhằm minh họa cho việc tính xác suất các biến số ngẫu nhiên liên tục:

Ví dụ (Y1, tr.66-67): Chiều cao của sinh viên Y$_1$ có phân phối $H \sim N(1,6;0,01)$. Tính tỷ lệ SV Y$_1$ có chiều cao trong khoảng 1,5m – 1,7m.

$$P(1,5 \le H \le 1,7) = \phi_0\left(\frac{1,7-1,6}{0,1}\right) - \phi_0\left(\frac{1,7-1,6}{0,1}\right)$$
$$= \phi_0(1) - \phi_0(-1) = \phi_0(1) - [1-\phi_0(1)] = 2\phi_0(1) - 1$$
$$= 2.0,841 - 1 = 0,682$$

Trong phần xác suất, giáo trình Y trình bày nhiều ví dụ về ứng dụng phân phối chuẩn trong việc tính xấp xỉ các giá trị xác suất của biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức bằng phân phối chuẩn, cụ thể là ứng dụng định lý Moivre Laplace sau đây:

"Nếu X có phân phối nhị thức X~B(n, p) thì X có phân phối chuẩn X~N(np, np(1-p)) khi n lớn"

Trong đó, n là số lần thực hiện thí nghiệm và p là xác suất thành công của một thí nghiệm ngẫu nhiên.

Ví dụ (Y, tr.67): Một bệnh B chiếm 10% dân số. Chọn ngẫu nhiên 100 người. Tính xác suất:

a. Có 6 người bị bệnh B
b. Không tới 6 người bị bệnh B
c. Số người bị bệnh trong khoảng 6 đến 12 người.

Giải: Gọi X là số người bị bệnh B trong 100 lần chọn thì

$X = 0,1,...,100$ và $X \sim B(100,0,1)$

$P(X=6) = C_{100}^{6} 0,1^6.0,9^{94}$

$P(X \le 5) = P(0) + P(1) + ... + P(5)$

$P(6 \le X \le 12) = P(6) + P(7) + ... + P(12)$

Phép tính xác suất trên rất phức tạp. Ta áp dụng định lý Moivre – Laplace :

$X \sim N(10,9)$

$P(X=6) = P(5,5 \le X \le 6,5)$

a. $= \phi_0\left(\frac{6,5-10}{3}\right) - \phi_0\left(\frac{5,5-10}{3}\right)$

$= \phi_0(-1,17) - \phi_0(-1,5)$

$= \phi_0(1,5) - \phi_0(1,17) = 0,933 - 0,879 = 0,054$

b. $P(X \le 5) = P(X \le 5,5) = \phi_0\left(\frac{5,5-10}{3}\right)$

$= \phi_0(-1,5) = 1 - \phi_0(1,5) = 1 - 0,933 = 0,067$

$P(6 \le X \le 12) = P(5,5 \le X \le 12,5)$

c. $= \phi_0\left(\frac{5,5-10}{3}\right) - \phi_0\left(\frac{12,5-10}{3}\right)$

$= \phi_0(0,83) - \phi_0(-1,5) = 0,727$

Như vậy, lý do phải dùng phân phối chuẩn để tính xác suất của biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức được giáo trình Y đưa ra là nếu tính trực tiếp bằng phân phối nhị thức thì rất phức tạp.

Trong thống kê, các thủ tục về ước lượng KTC và các phép kiểm định về sự khác biệt giữa các trung bình đều giả thiết rằng dữ liệu quan sát có phân phối chuẩn.

Các kiểu nhiệm vụ liên quan đến đối tượng O được đưa vào giáo trình

T_{UL} : Ước lượng KTC

T_{SSTL} : So sánh hai tỷ lệ

T_{SSTB}: So sánh hai trung bình.

Trong phần này, chúng tôi chỉ phân tích kiểu nhiệm vụ T_{SSTB}: So sánh hai trung bình, cụ thể là bài toán so sánh hai trung bình thực nghiệm độc lập bằng phép kiểm t khi chưa biết phương sai. Đây là kiểu nhiệm vụ thường gặp nhất trong các bài toán thống kê y học vì các đề tài nghiên cứu thường tập trung vào những tri thức mới mà trước đó chưa từng được nghiên cứu nên không biết phương sai của dữ liệu quan sát. Hơn nữa, đối với kiểu nhiệm vụ này, các phép kiểm định tham số luôn yêu cầu dữ liệu quan sát có phân phối chuẩn. Chúng tôi muốn biết điều này có phải là một yêu cầu bắt buộc với SV hay không và trong trường hợp dữ liệu không có phân phối chuẩn thì phải xử lý dữ liệu như thế nào hoặc có phép kiểm nào thay thế mà không đòi hỏi điều kiện dữ liệu quan sát phải có phân phối chuẩn.

Mặc dù giáo trình Y có nhắc đến điều kiện hai dân số[1] A và B có phân phối chuẩn khi dùng phép kiểm t để so sánh hai trung bình thực nghiệm độc lập:

"Khi so sánh hai số trung bình μ_1 và μ_2 của hai dân số A và B có phân phối chuẩn, có cùng phương sai σ^2 (chưa biết σ^2) ta thực hiện phép kiểm t…" (Y, tr.170)

Nhưng trong các ví dụ và bài tập, chúng tôi không tìm thấy nhiệm vụ kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát trước khi thực hiện phép kiểm t.

T_{SSTB}^{TN-TN} **: So sánh hai trung bình thực nghiệm độc lập**

τ_{SSTB}^{TN-TN} : Gồm các bước

- Đặt giả thuyết H: $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau không ý nghĩa
- Tính t
- Kết luận

θ_{SSTB}^{TN-TN}: Công thức : $t = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$ hoặc

$t = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{s\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ nếu $s_1^2 = s_2^2$

và $s^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$

Sau đây là một ví dụ minh họa cho kiểu nhiệm vụ T_{SSTB}^{TN-TN}

(Y, tr.170): Muốn so sánh hai loại thuốc bổ A và B, người ta cho hai nhóm người thử. Kết quả:

Nhóm uống thuốc A: 5, 4, 2, 1, 4

Nhóm uống thuốc B: 6, 5, 4, 2, 6, 4, 5

Kết luận?

Giải

Đặt giả thuyết H: Sự khác biệt giữa $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ không ý nghĩa

Tính được $t = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{s\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}} = 1{,}562$

Tra bảng, ta có $t_{0,05}(10) = 2{,}228$. Vì $|t| < 2{,}228$ nên ta chấp nhận H

Kết luận: Hai loại thuốc bổ A và B khác nhau không ý nghĩa.

Chúng tôi không thấy sự xuất hiện của nhiệm vụ kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát trước khi thực hiện phép kiểm t mà nhiệm vụ này được tách thành một bài toán độc lập như trong các ví dụ sau:

Ví dụ (Y, tr.161): Quan sát trọng lượng X(kg) của 108 người ở độ tuổi từ 30 đến 35 ta có kết quả sau:

X	≤ 40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	≥ 75
Số người	4	15	20	23	24	10	6	4	2

Hỏi trọng lượng X có phân phối chuẩn không?

Ví dụ (Y, tr.161-162): Quan sát trọng lượng X (kg) của 815 em trai ở độ tuổi 10 đến 12 tuổi ta có kết quả:

X	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Số người	4	9	31	75	183	204	157	97	40	12	3

Hỏi trọng lượng X có phân phối chuẩn không?

Để kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát, giáo trình trình bày phép kiểm chi bình phương nhưng không đưa ra lời giải thích nào về kiểu nhiệm vụ này. Nó cũng xuất hiện một cách độc lập, không nói rõ lý do tồn tại.

Việc không nói rõ lý do tồn tại của kiểu nhiệm vụ kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát nên trong các bài toán thống kê như ước lượng KTC, so sánh sự khác biệt giữa các trung bình thực nghiệm, SV không chú ý đến giả thiết dữ liệu quan sát phải có phân phối chuẩn. Mặt khác, các ví dụ trình bày trong Y đều là các bài toán mà ở đó dữ liệu quan sát đã có phân phối chuẩn. Khi đó, dù SV có kiểm định tính chuẩn hay không kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát đều có thể cho ra kết luận đúng. Điều này có thể dẫn đến những suy đoán và kết luận sai lầm trong những trường hợp dữ liệu quan sát không có phân phối chuẩn. Qua đó, chúng tôi nhận thấy rằng đã tồn tại một quy tắc thứ nhất của hợp đồng didactic:

R_1: SV không có trách nhiệm kiểm định tính chuẩn của dữ liệu quan sát.

Trong các bài toán kiểm định giả thuyết thống kê, theo quy định của chương trình và cách trình bày của giáo trình, chúng tôi nhận thấy thể chế ưu tiên đối với phép kiểm hai đuôi. Phép kiểm một đuôi xuất hiện rất mờ nhạt, nó chỉ được nhắc đến trong phần chú ý như trong ví dụ sau:

Ví dụ (Y, tr.142): Trong một dây chuyền sản xuất thuốc có 20% viên không đạt tiêu chuẩn. Một cải tiến được thực hiện và sản xuất thử 100 viên thấy có 13 viên không đạt chuẩn. Cải tiến trên có thực sự thay đổi tỷ lệ viên không chuẩn trong dây chuyền sản xuất không?

Giải: Đặt giả thuyết H: Sự khác biệt giữa p và f không có ý nghĩa.

Ta có $|u| = \dfrac{|p-f|}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} = 1,75 < 1,96$.

Dó đó ta chấp nhận H, nghĩa là sự cải tiến trên không thực sự thay đổi tỷ lệ đạt chuẩn trong dây chuyền sản xuất.

Chú ý: Nếu ta để ý đến cải tiến trên có làm giảm tỷ lệ viên không đạt hay không thì ta dùng phép kiểm u một đuôi. Ta có $u = \dfrac{p-f}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} = -1,75 \Rightarrow$ f < p có ý nghĩa.

Ngoài ra, không có một ví dụ nào minh họa cho phép kiểm một đuôi ngay cả khi bài toán yêu cầu kiểm định một đuôi như trong bài toán sau đây:

Ví dụ (Y, tr.167): Để đánh giá tác dụng của một loại thuốc X đối với hồng cầu, người ta kiểm tra số hồng cầu của 33 người vào 2 giai đoạn trước và sau khi uống thuốc X. Kết quả

x_{1i}	45	36	47	…	30	38	40
x_{2i}	48	40	53	…	33	38	35

x_{1i}, x_{2i} lần lượt là số hồng cầu/10^5 của cùng một người trước và sau khi uống thuốc X)

Giải:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{1}^{n}(x_{1i}-x_{2i})}{n} = -2,33; s = \frac{\sum_{1}^{n}(x_{1i}-x_{2i}-\bar{d})^2}{n-1}$$
$$= 23,6196 \Rightarrow s = 4,86^2$$

Do $n \geq 30$ nên xem như $s \approx \sigma$.

Tính $U = \dfrac{\bar{d}}{\sqrt{\sigma_d}}\sqrt{n} = -2,58$. Vì $|u| > 2,58$ nên bác bỏ H, ngưỡng sai lầm $\alpha = 0,01$.

Kết luận: Thuốc X có tác dụng đối với hồng cầu.

Kết luận mà Y đưa ra ở đây chưa đánh giá trực tiếp tác dụng làm tăng hồng cầu của thuốc X. Mục đích của bài toán là đánh giá tác dụng của thuốc X đối với hồng cầu, cụ thể là tác dụng làm tăng số hồng cầu sau khi uống thuốc X. Như vậy, để kiểm định giả thuyết về tác dụng làm tăng hồng cầu của thuốc X thì phép kiểm phù hợp là phép kiểm u một đuôi.

Qua phân tích các ví dụ và bài tập được trình bày trong Y, theo chúng tôi, cũng đã tồn tại một quy tắc thứ hai của hợp đồng didactic:

R_2: SV luôn sử dụng phép kiểm hai đuôi trong các bài toán kiểm định giả thuyết thống kê.

Để kiểm định hai quy tắc của hợp đồng này, chúng tôi phải trở về với thực tế dạy học. Tuy nhiên, do khuôn khổ có hạn của bài báo nên thực nghiệm này sẽ được thực hiện trong một bài báo tiếp theo.

4. Kết luận

Phân phối chuẩn là một trong những kiến thức nền tảng của thống kê học và có thể nói rằng nếu không có phân phối chuẩn thì sẽ không có khoa học thống kê. Tuy nhiên, các tổ chức toán học liên quan đến phân phối chuẩn đã không được triển khai một cách đầy đủ trong thể chế I. Việc thiếu hụt tổ chức toán học liên quan đến phân phối chuẩn trong thể chế I có thể dẫn đến những kết luận sai nghiêm trọng khi dữ liệu quan sát không có phân phối chuẩn. Trong trường hợp dữ liệu quan sát không có phân phối chuẩn thì phải hoán chuyển dữ liệu như thế nào để đưa chúng về phân phối chuẩn khi cỡ mẫu quan sát bị giới hạn bởi nhiều yếu tố như thời gian, kinh phí thực hiện các thí nghiệm y khoa,…? Tổ chức toán học liên quan nào cần phải được triển khai trong việc dạy và học phân phối chuẩn sẽ được chúng tôi xây dựng và triển khai trong bài báo sau.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Thị Hoài Châu (2006), *Tổ chức didactic*, Trường Đại học Sư phạm TP HCM.
2. Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến, Annie Bessot, Claude Comiti (2009), *Những yếu tố cơ bản của Didactic toán*, Nxb Đại học Quốc gia TP HCM.
3. Vũ Như Thu Hương (2007), *Khái niệm xác suất trong dạy học toán ở trường trung học phổ thông*, Luận văn thạc sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm TP HCM.
4. Abraham de Moivre (1756), *The Doctrine of Chances: or a method of calculating the probability of events in play,* London.
5. Dutka J. (1990), *Robert Adrain and the method of least squares*, Archive or History of. Exact Sciences, vol. 41, pp. 171-184.
6. Gauss C. F. (1857), *Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solem Ambientium*, Translation by Charles Henry Davis, Boston.
7. Maxwell J. C. (1860), *Illustrations of the Dynamical* Theory of Gases, Philosophical Magazine, pp. 19-32.
8. Stigler S. M. (1977), "An attack on Gauss"*,* Legendre, *Historia Math.4*, pp. 31-35.
9. Stigler S. M. (1978), *Mathematical* statistics in the early States*,* Annals *of Statistics*, pp. 239-265.

[1] population, một số giáo trình gọi là "tổng thể" hoặc "quần thể"