CÁC CÁCH TIẾP CẬN CỦA KHÁI NIỆM SỐ TỰ NHIÊN TRONG LỊCH SỬ VÀ SÁCH GIÁO KHOA TOÁN LỚP 1

DƯƠNG HỮU TÒNG*

TÓM TẮT

Một khái niệm toán học có thể được hình thành trên những quan điểm tiếp cận khác nhau. Các nhà lý luận dạy học, tác giả SGK sẽ lựa chọn những quan điểm phù hợp với trình độ nhận thức và đặc điểm của HS. Vì thế, một khái niệm toán học trong SGK cũng có thể được tiếp cận theo nhiều hướng khác nhau. Bài báo này sẽ làm rõ các cách tiếp cận của khái niệm số tự nhiên trong lịch sử và SGK Toán lớp 1.

ABSTRACT

The approaches to the natural numbers in history and mathematics textbook Grade 1

A mathematical concept could be formed on the different views of approaches. Learning theorists, textbook authors choose the viewpoints in accordance with pupils' levels of awareness and of characteristics. Therefore, a mathematical concept in the textbook could also be approached in various ways. This paper clarifies the approaches to the natural numbers in history and mathematics textbook Grade 1.

1. Đặt vấn đề

Một trong những khái niệm toán học mà HS tiểu học được tiếp cận đầu tiên là khái niệm số tự nhiên. Số tự nhiên có vị trí, vai trò quan trọng trong các mạch kiến thức toán ở tiểu học, đồng thời nó là cơ sở để mở rộng các loại số khác như phân số, số thập phân, số nguyên,… Do đó, nhiệm vụ đặt ra đối với GV tiểu học là phải làm sao cho HS có những hiểu biết đúng đắn về khái niệm số tự nhiên, đặc biệt là hình thành khái niệm ban đầu về số tự nhiên. Bài báo sẽ mang lại những hiểu biết về các cách tiếp cận của khái niệm số tự nhiên trong lịch sử và SGK Toán lớp 1. Đây là những kiến thức cần thiết giúp GV có thể truyền đạt khái niệm số tự nhiên cho HS có hiệu quả hơn.

2. Các cách tiếp cận khái niệm số tự nhiên trong lịch sử

2.1. Cách tiếp cận dựa trên đo lường

Số tự nhiên ra đời là do nhu cầu nhận biết về số lượng của sự vật. Chẳng hạn: người ta cần biết được số lượng của đàn thú để tổ chức cuộc đi săn, cần biết được số lượng của bên địch để tổ chức chiến đấu,… Tình huống xuất hiện của số tự nhiên là nhu cầu cần đếm các đồ vật, đã có ngay từ các thời kì tiền sử. Điều này không có nghĩa là người nguyên thủy không đếm được số lượng đồ vật của một tập hợp cụ thể, thí dụ số lượng người tham gia một buổi săn bắt, số lượng ao hồ có thể bắt cá,… Trong cách tiếp cận dựa trên đo lường, số tự nhiên có liên

* ThS, NCS Trường Đại học Sư phạm TP HCM

quan rất nhiều đến số lượng các vật thể của một toàn thể và số các đơn vị đo lường. Người Hy Lạp xem số như là đo lường mọi thứ. Họ đồng nhất đo lường với đếm.

2.2. Cách tiếp cận quan hệ thứ tự

Cách tiếp cận thứ tự có ít nhất từ thời Hy Lạp, nó tồn tại ngầm ẩn trong các tác phẩm của các nhà toán học. Một phần tác phẩm Elements của Euclid (được viết trong suốt thế kỷ thứ III TCN) giả định trước một quan điểm quan hệ về số. Cũng giống như vậy, các nhà triết học nguyên tử Hy Lạp, Leucippus (thế kỷ thứ V TCN) và Democritus đã nghĩ về số theo cách này. Tuy nhiên, định nghĩa về số theo quan hệ thứ tự lại thuộc về hai nhà toán học: Dedekind và Peano.

Cách tiếp cận "thứ tự" của Dedekind (1831 – 1916)

Chúng ta cũng cần quan tâm đến Dedekind bởi vì ông là nhà toán học đầu tiên đề nghị một *lý thuyết quan hệ* hoàn chỉnh về số. Lý thuyết được trình bày trong "*Was sind und was sollen die zahlen"* (Bản chất và ý nghĩa của số).

Bởi vì, số thứ tự là các số hạng chung của các cấp số. Điều đó dẫn Dedekind (1887) đồng nhất số tự nhiên với số thứ tự. "*Những phần tử này được gọi là số tự nhiên hay số thứ tự hay đơn giản là số"*. Nguyên nhân số chỉ phụ thuộc duy nhất vào các tính chất thứ tự của số tự nhiên dẫn ông đến kết luận rằng số thứ tự cơ bản hơn bản số. Đây là một điều quan trọng về lý thuyết của Dedekind. Ông đề nghị rằng các số tự nhiên là gì đi nữa, trước tiên chúng phải là một cấp số.

Điểm mấu chốt trong lý thuyết của Dedekind là: *đồng nhất số tự nhiên với số thứ tự.* Khái niệm số tự nhiên xuất hiện gắn liền với số thứ tự và cấp số. Do đó, ông chỉ tiếp cận số tự nhiên trên đặc trưng ***tự số*** (*tính sắp thứ tự tốt của dãy các số tự nhiên*) của nó mà bỏ qua hẳn đặc trưng bản số.

Cách tiếp cận "tiên đề" của Peano (1858 – 1932)

Mặc dù, nói chung các lý thuyết của Dedekind và Peano là không khác nhau, nhưng cần chỉ ra rằng lý thuyết của Peano được xem xét rộng rãi hơn. Lý thuyết của Peano xuất hiện đầu tiên vào năm 1899 trong quyển *"Formulaire de mathématiques"*. Lý thuyết của Peano có 3 khái niệm cơ bản và 5 tiên đề sử dụng 3 khái niệm trên. Các khái niệm không định nghĩa của Peano là "1", "số tự nhiên", "số liền sau". Các tiên đề của Peano có thể phát biểu như sau:

1) 1 là số tự nhiên.
2) Nếu x là số tự nhiên thì số liền sau của x cũng là số tự nhiên.
3) Các số tự nhiên khác nhau có các số liền sau khác nhau.
4) 1 không là số liền sau của bất kỳ số tự nhiên nào.
5) Nếu 1 và số liền sau của mỗi số tự nhiên có tính chất P, mọi số tự nhiên đều có tính chất P.

Cách tiếp cận số tự nhiên của Peano theo phương pháp tiên đề. Ông đánh dấu bước ngoặt thứ hai sau Dedekind về cách tiếp cận số tự nhiên theo quan điểm thứ tự. Theo phương pháp tiên đề như trên, các số tự nhiên có thể được định nghĩa dựa vào số liền trước nó. Ở đây, số 1 đóng vai trò khái niệm cơ bản nên không được định nghĩa. Số 0 không được Peano chọn làm khái niệm cơ bản trong các tiên đề ông đưa ra. Do đó, các số tự nhiên (ngoại trừ số 0) có thể được tiếp cận theo tiến trình sau:

$$\boxed{\text{Số tự nhiên liền trước}} \xrightarrow{\text{Thêm 1 đơn vị vào số tự nhiên liền trước}} \boxed{\text{Số tự nhiên liền sau}}$$

2.3. Cách tiếp cận bản số

Người đầu tiên tiếp cận số tự nhiên theo lối này chính là nhà toán học Cantor. Trong khi, cách tiếp cận quan hệ đồng nhất số tự nhiên với số thứ tự, cách tiếp cận bản số lại đồng nhất số tự nhiên với bản số. Bản số của một tập hợp hữu hạn là một số tự nhiên. Như vậy, nếu a là số tự nhiên thì tồn tại một tập hữu hạn A, sao cho $a = CardA$. Trong quá trình phát triển lý thuyết tập hợp, Cantor phát minh ra khái niệm bản số trong những năm từ 1874 đến 1884. Đầu tiên, ông thiết lập bản số như là công cụ để so sánh các tập hợp hữu hạn. Ví dụ, các tập hợp $\{1,3,5\}$ và $\{2,3,4\}$ không bằng nhau, nhưng có cùng số phần tử, tức là 3.

Bên cạnh đó, ông đưa ra khái niệm phép tương ứng 1-1. Phép tương ứng này cho phép chứng minh hai tập hợp hữu hạn có cùng bản số nếu có một tương ứng 1-1 giữa các phần tử của các tập hợp. Khi sử dụng tương ứng 1-1 này, ông chuyển từ khái niệm này sang các tập hợp vô hạn, tức tập hợp các số tự nhiên $N = \{1,2,3,...\}$.

2.4. Cách tiếp cận theo "lớp"

Cách tiếp cận này do hai nhà toán học Frege và Russell đề xuất. Mỗi số tự nhiên được định nghĩa như là lớp của tất cả các tập hợp có cùng số phần tử.

Cách tiếp cận "lớp" của Frege (1848 – 1925) và Russell (1872 – 1969)

Xét về lịch sử, bản dịch của Frege có được sự ưu tiên hơn của Russell. Bản dịch này xuất hiện trong quyển "Die grundlagen der Arirhmetik" (Nền tảng của số học). Có một số điểm khác nhau giữa lý thuyết của Frege và Russell. Frege định nghĩa lớp dựa vào nội hàm của nó. Tuy nhiên, Russell làm theo định nghĩa thông thường hơn, đó là lớp liên quan đến hàm mệnh đề một ẩn. Định nghĩa này làm cho lớp đồng nghĩa với ngoại diên của nó. Cả hai bản dịch đồng ý trên 3 điểm chính: Đầu tiên, quan điểm của số tự nhiên xuất phát từ quan điểm nhiều bằng nhau hơn là quan điểm thứ tự. Thứ hai, số tự nhiên đồng nhất với bản số. Thứ ba, mỗi số tự nhiên được xem như là một loại lớp nào đó.

Russell bắt đầu phát triển lý thuyết của mình bằng sự phê bình định nghĩa về số được đề cập trước đó bởi phương pháp tiên đề của Peano. Theo lý thuyết này, số tự nhiên được định nghĩa như một cấp số cộng đặc biệt bắt đầu bởi 1 và các số sau có được từ việc cộng thêm 1 vào số liền trước nó. Cách tiếp cận định nghĩa này được gọi là "triết học". Russell không chấp nhận định nghĩa này vì nó gây ra "sự khác nhau khó hiểu" giữa 1 và các số hạng khác của cấp số. Bằng cách thông qua cách tiếp cận định nghĩa "toán học", Russell tuyên bố rằng có thể định nghĩa 1 theo cách các số còn lại. Để loại ra sự khác biệt giữa 1 và các số khác, chúng ta có thể xem tính chất của số như là tính chất của các lớp, đặc biệt, chúng ta xem dãy các số tự nhiên như là các bản số. Do đó, số tự nhiên sẽ liên hệ đến số phần tử mà lớp đó chứa.

Thật vậy, để định nghĩa số tự nhiên, trước tiên phải định nghĩa bản số. Bước đầu tiên trong định nghĩa là đưa ra câu hỏi "Hai tập hợp có cùng số phần tử lấy nghĩa gì?". Russell đưa ra câu trả lời cho câu hỏi này dựa vào quan hệ tương ứng: "*Hai tập hợp có cùng số phần tử khi các số hạng của chúng có tương quan 1-1 để bất kỳ số hạng của tập hợp này sẽ tương ứng một và chỉ một số hạng của tập hợp kia*." (Russell - 1903). Sau đó, Russell (1919) đưa ra định nghĩa ngắn gọn như sau: "*Số của một lớp là lớp tất cả các tập hợp tương đương*". Với định nghĩa này, ta có thể hiểu như sau: A = $\{a,b,c,d\}$; B = $\{1,2,3,4\}$; C = {xanh, đỏ, tím, vàng}; D = {gà, vịt, ngỗng, ngan},…, 4 = {A, B, C, D,…}; 4 chính là lớp các tập hợp có 4 phần tử.

2.5. Cách tiếp cận bản số - thứ tự

Cách tiếp cận này được nhà tâm lý học Piaget đưa ra trong tác phẩm "*La genèse du nombre chez l énfant*" (Sự phát triển số của trẻ). Ông tin rằng số tự nhiên có thể đồng thời là số thứ tự và bản số. Cách tiếp cận của ông xuất phát từ quan điểm logic.

Luận điểm chính của ông là kết hợp cả hai quan điểm về số: quan hệ thứ tự và lớp. Ông tranh luận: thật là không chính xác nếu xây dựng số tự nhiên chỉ dựa vào một trong hai số thứ tự hay bản số. Thay vì vậy, số tự nhiên có thể đồng nhất cả hai: thứ tự và bản số.

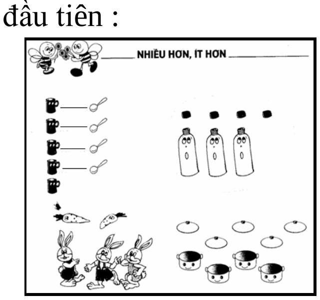
Một số điều rút ra từ quan điểm của Piaget. Đầu tiên, ông giả định Russell đúng khi ông cho số tự nhiên đồng nhất với bản số. Có các nguyên nhân để nghi ngờ rằng sự kết nối giữa số và tính chất cùng số lượng của các lớp riêng biệt như lý thuyết của Frege - Russell. Piaget không ủng hộ các tranh luận này. Thứ hai, mặc dù khái niệm số được suy ra từ khái niệm số giữa các lớp, nhưng điều đó không phải là tất cả những gì nó có liên quan. Thứ ba, ngoài tương ứng ra, cũng nên giới thiệu thứ tự như là khái niệm cơ bản trong lý thuyết. Điều này sẽ cho mỗi số hạng trong lớp bất kỳ là số thứ tự. Bằng cách phát hiện ra quy luật là: mỗi cặp số hạng của các lớp khác nhau phải có cùng số thứ tự. Chúng ta chắc chắn rằng, với hai lớp có cùng số phần tử đã cho, mỗi số hạng trong lớp này sẽ được ghép đôi một và chỉ một số hạng trong lớp còn lại và ngược lại.

3. Các cách tiếp cận khái niệm số tự nhiên trong sách giáo khoa toán lớp 1

(Chỉ nêu các cách tiếp cận đối với 11 số tự nhiên đầu tiên)

3.1. Cách tiếp cận các số tự nhiên từ 1 đến 5

Trước khi dạy 11 số tự nhiên đầu tiên, SGK đưa bài **"NHIỀU HƠN, ÍT HƠN"** đầu tiên :



Qua cách trình bày của tác giả, một dạng bài tập được đưa ra: *"So sánh sự nhiều hơn, ít hơn về số phần tử của hai tập hợp"*. Chẳng hạn, để so sánh xem số cốc nhiều hơn hay số thìa nhiều hơn. Đặc trưng của bài tập là số phần tử của các tập hợp không vượt quá 5. Bên cạnh đó, SGK trình bày các phần tử của hai tập hợp đối xứng với nhau theo đường thẳng nằm ngang hoặc đường thẳng đứng. Ví dụ, ở hình vẽ trên các cốc được sắp đối xứng với các thìa qua đường thẳng đứng nhưng các chai và các nút chai được sắp xếp đối xứng theo đường thẳng nằm ngang. Các hình vẽ sau cũng tương tự như thế. Việc sắp xếp như thế tạo điều kiện cho HS sử dụng cách nào để giải quyết dạng bài tập này?

Nhìn vào hình vẽ ở trên, tác giả nối mỗi cái cốc với một cái thìa bằng một đường thẳng liền nét. Rõ ràng, sau khi làm như vậy cho các cốc và thìa, có một cái cốc chưa được nối với bất kỳ cái thìa nào. Khi đó, có thể kết luận rằng số cốc nhiều hơn số thìa vì có một cái cốc bị *"thừa"*, hay số thìa ít hơn số cốc. Hình thức "ghép đôi" như thế thể hiện tư tưởng ứng 1-1 và chúng tôi gọi chung đó là kĩ thuật "tương ứng 1-1". Tóm lại, SGK mong muốn HS sử dụng kĩ thuật "tương ứng 1-1" chứ không phải đi đếm số phần tử của hai tập hợp rồi so sánh. Để minh chứng thêm cho điều này, đoạn trích trong SGV ghi lại như sau:

*"**1**. So sánh số lượng cốc và số lượng thìa (chẳng hạn 5 cái cốc, chưa dùng từ "năm", chỉ nên nói: "Có một số cốc")...*

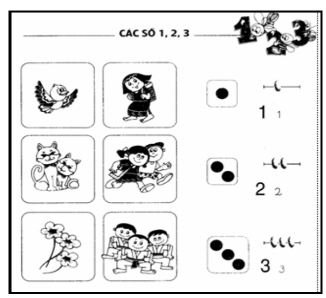
***2**. GV hướng dẫn HS quan sát từng hình vẽ trong bài học, giới thiệu so sánh số lượng hai nhóm đối tượng như sau, chẳng hạn: - Ta nối…chỉ với một…*

- Nhóm nào có đối tượng (chai và nút chai, ấm đun nước,…) bị thừa ra thì nhóm đó có số lượng nhiều hơn, nhóm kia có số lượng ít hơn...

Chú ý: Chỉ cho HS so sánh các nhóm có không quá 5 đối tượng, chưa dùng phép đếm, chưa dùng các từ chỉ số lượng,…" [5, tr.21-22].

Đoạn trích sẽ là cơ sở để củng cố thêm các nhận định ở trên. Ngay trong phần "chú ý" của nó cũng thấy được mong muốn của tác giả viết sách. Đó là không dùng phép đếm để xác định số lượng phần tử của các tập hợp, chỉ dùng kĩ thuật "tương ứng 1-1".

Sau tiến trình so sánh như trên, tác giả SGK giới thiệu bài **"CÁC SỐ 1, 2, 3"**, [4, tr.11-12]:



Nhìn vào hình vẽ, ở dòng thứ nhất, tác giả chỉ ra các tập hợp có cùng số phần tử là một. Đầu tiên có thể là một con chim, một HS nữ, một chấm tròn và sau cùng là một con tính trên bàn tính. Tất cả cho thấy lớp các tập hợp này có cùng số phần tử là một. Đây là cơ sở để hình thành "lớp 1" hay có số tự nhiên 1.

Tương tự như thế cho cách hình thành các số 2 và 3.

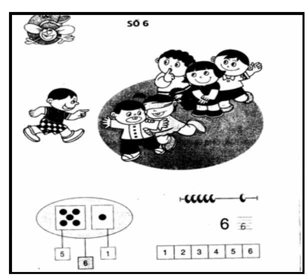
Trong bài học này, SGK chọn cách tiếp cận cho các số 1, 2, 3 là xuất phát từ việc hình thành *lớp các tập hợp tương đương*, thấy rằng các tập hợp này có điểm chung là có cùng số phần tử, dần dần hình thành số tự nhiên ứng với số phần tử của các tập hợp. Cách tiếp cận số tự nhiên theo lớp như thế giống như cách tiếp cận của hai nhà toán học Frege và Russell đã được trình bày ở trên. Với cách tiếp cận của SGK, số tự nhiên lấy nghĩa "*biểu thị lớp các tập hợp tương đương*". Nghĩa này cũng được đề cập tường minh trong SGV như sau: "*Giúp HS: Có khái niệm ban đầu về số 1, số 2, số 3 (mỗi số là đại diện cho một lớp các nhóm đối tượng có cùng số lượng)*" [5, tr.28]. Tuy nhiên, nghĩa này dường như bị lu mờ để nhường chỗ cho hai nghĩa khác của số tự nhiên là "*chỉ số phần tử của tập hợp*" và "*kết quả của phép đếm*". Hầu như các kiểu nhiệm vụ đều không đặc trưng cho nghĩa "*biểu thị lớp các tập hợp tương đương*".

Ngoài ra, các con tính trên bàn tính ở cột thứ tư trong hình vẽ trên có ý nghĩa gì? Các con tính này đánh dấu một bước tiếp cận khác của SGK đối với số tự nhiên. Đó là cách tiếp cận theo quan điểm thứ tự. Tuy nhiên, cách tiếp cận này chỉ có ý nghĩa ngầm ẩn, không được tường minh. Thật vậy, nếu các con tính này không thể hiện mong muốn trên của thể chế thì cột thứ tư này phải được đặt trước cột thứ ba. Bởi lẽ, cột thứ tư nó không mang tính trừu tượng, khái quát cao bằng cột thứ ba. Để thấy được mong muốn này của người viết sách, chúng tôi đưa ra trích dẫn sau đây trong mục tiêu của bài dạy, SGV: "*Nhận biết số lượng các nhóm có 1; 2; 3 đồ vật và thứ tự của các số 1; 2; 3 trong bộ phận đầu của dãy số tự nhiên*" [5, tr.28].

Rõ ràng, mong muốn của SGK thể hiện ở cả hai cách tiếp cận: bản số và thứ tự. Tuy nhiên, cách tiếp cận bản số được đề cập tường minh nhưng cách tiếp cận thứ tự chỉ là ngầm ẩn. Bên cạnh các số tự nhiên 1, 2, 3 có cách tiếp cận như trên, số 4 và 5 cũng được đề cập một cách tương tự.

3.2. Cách tiếp cận các số tự nhiên từ 6 đến 10

Các số từ 1 đến 5 được hình thành trên cơ sở lớp các tập hợp tương đương. Vậy các số 6, 7, 8, 9, 10 được tiếp cận như thế nào? Để tìm câu trả lời cho câu hỏi này, chúng tôi phân tích bài **"SỐ 6",** [4, tr.26]:

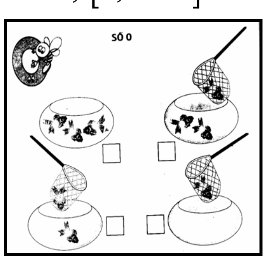


SGK hình thành số 6 dựa trên hệ tiên đề Peano theo quan hệ số liền sau bằng con đường đếm thêm 1 vào số 5. Trong tranh vẽ là năm bạn nhỏ đang chơi, có một bạn nhỏ đang đi đến hay năm chấm tròn thêm một chấm tròn… Tất cả đều thể hiện được tư tưởng 5 đơn vị thêm một đơn vị. Đó là cách tiếp cận theo quan điểm thứ tự. Nếu ở các số 1, 2, 3, 4 ,5 cách tiếp cận thứ tự chỉ là ngầm ẩn, cách tiếp cận thứ tự ở đây là tường minh. Đặc trưng tự số này được thể hiện qua các con tính trên bàn tính. Hơn thế nữa, cách tiếp cận này cũng cho thấy được cấu tạo của số 6 là gồm 5 đơn vị và 1 đơn vị. Đây là cũng cơ sở ban đầu cho hình thành phép cộng hai số tự nhiên 5 và 1.

Tương tự như thế, các số tự nhiên 7, 8, 9, 10 được hình thành bằng cách thêm một đơn vị vào số liền trước nó. Đó chính là cách tiếp cận thứ tự chung cho các số 6, 7, 8, 9, 10. Tiến trình hình thành các số tự nhiên này thể hiện tư tưởng của hệ tiên đề Peano như đã nêu ở trên. Các cách tiếp cận của các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 đã được trình bày. Vậy số 0 được SGK tiếp cận theo quan điểm nào?

3.3. Cách tiếp cận số 0

Số 0 được dạy sau các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Nó được trình bày theo quan điểm lịch sử phát triển của số tự nhiên. Còn xét về bản chất toán học, số 0 hình thành như bản số của tập hợp rỗng. Xuất phát từ một nhóm các phần tử lấy ra làm cho số lượng các phần tử trong nhóm giảm dần, tới khi không còn phần tử nào. Ta nói trong nhóm không có phần tử nào (số lượng phần tử trong nhóm là 0). Cụ thể ở bài "**Số 0**", [4, tr.34] như sau:



Nếu trong lịch sử số 0 xuất hiện sau các số 1, 2, 3,…, 9 thì SGK cũng thể hiện được tiến trình đó. SGK trình bày bài số 0 sau các bài 1, 2, 3,…, 9.

Các tác giả chọn cách tiếp cận cho số 0 là bản số của tập hợp rỗng. Khi đó, số 0 sẽ lấy nghĩa *"chỉ tập hợp có không phần tử"*. Tình huống giới thiệu số 0 được đưa ra ở trên còn thể hiện một cách tiếp cận khác của số 0. Từ một tập hợp (chậu nuôi cá) gồm 3 con cá, người ta vớt lần lượt ra mỗi lần một con cá và sau cùng trong chậu không còn con cá nào. Đây là cách tiếp cận ngầm ẩn theo hệ tiên đề Peano với quan hệ "số liền trước" bằng con đường bớt dần 1 từ 3.

3. Kết luận

Những kết quả của việc phân tích ở trên cho thấy các tác giả SGK đã có sự chọn lựa đối với các cách tiếp cận khái niệm số tự nhiên. Số tự nhiên được tiếp cận trên tư tưởng "lớp", theo quan hệ thứ tự, và cũng có thể được xem như là bản số của một tập hợp hữu hạn. Nghiên cứu các cách tiếp cận khái niệm số tự nhiên trong lịch sử đã soi sáng được các cách tiếp của đối tượng này trong SGK Toán lớp 1. Những phân tích bên trên sẽ là một tài liệu tham khảo có ích cho giáo viên tiểu học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Chương trình tiểu học (Bộ Giáo dục và Đào tạo) (2006), Nxb Giáo dục.
2. Chương trình đào tạo giáo viên tiểu học (Đại học Cần Thơ) (2007).
3. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung (2004), *Giáo trình Phương pháp dạy học môn Toán ở Tiểu học*, Nxb ĐHSP.
4. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 1*, Nxb Giáo dục, (SGK hiện hành).
5. Đỗ Đình Hoan (2006), *Toán 1*, Nxb Giáo dục, (SGV hiện hành).
6. Nguyễn Phú Lộc (2008), *Lịch sử Toán học*, Nxb Giáo dục.
7. Phạm Đình Thực (2003), *Phương pháp dạy học Toán bậc Tiểu học*, Nxb ĐHSP.
8. Dương Hữu Tòng (2009), *Khái niệm số tự nhiên trong dạy học Toán ở tiểu học*, Luận văn thạc sĩ Giáo dục học, Trường ĐHSP TP Hồ Chí Minh.