

XÂY DỰNG CÁC TÌNH HUỐNG DẠY HỌC HỖ TRỢ QUÁ TRÌNH TOÁN HỌC HÓA

NGUYỄN THỊ TÂN AN*

TÓM TẮT

Theo Kaiser [5], việc dạy toán nên quan tâm đến những ví dụ xuất phát từ thực tế giúp học sinh thấy được mối quan hệ giữa toán học và cuộc sống cũng như đạt được những năng lực cho phép giải quyết các vấn đề thực tế bằng công cụ toán học. Trong bài báo này, chúng tôi giới thiệu quá trình toán học hóa cùng với các gợi ý xây dựng tình huống dạy học hỗ trợ quá trình này, đồng thời trình bày cách phân loại các tình huống toán học giúp cho việc sử dụng các tình huống vào dạy học thuận lợi và đúng mục đích hơn.

Từ khóa: mô hình hóa toán học, quá trình toán học hóa, tình huống toán học hóa.

ABSTRACT

Building teaching situations to assist the mathematisation process

According to Kaiser, teaching mathematics should pay attention to reality-based examples helping students understand the relationship between mathematics and everyday life, as well as achieve the competence that enables them to solve real life problems with mathematical tools [5]. In this article, we introduce the mathematisation process together with some suggestions to build teaching situations assisting this process, and present how to classify mathematical situations, which makes the use of situations in teaching more convenient and closer to the targets.

Keywords: mathematisation process, mathematisation situation.

1. Giới thiệu

Mô hình hóa toán học (MHH) trong giáo dục chính thức xuất hiện đầu tiên tại hội nghị của Freudenthal năm 1968. Nhưng một dấu mốc quan trọng của việc giới thiệu MHH vào nhà trường là nghiên cứu của Pollak năm 1979, theo ông giáo dục toán phải có trách nhiệm dạy cho học sinh cách sử dụng toán trong cuộc sống hàng ngày (Dẫn theo [1]). Từ đó, dạy và học MHH trong nhà trường trở thành một chủ đề nổi bật trên phạm vi toàn cầu. Ví dụ:

- Nghiên cứu của PISA (Programme for International Student Assessment)

nhấn mạnh mục đích của giáo dục toán là phát triển khả năng học sinh sử dụng toán vào cuộc sống hiện tại và tương lai.

- Hội nghị quốc tế về dạy mô hình hóa và áp dụng toán ICTMA (International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) tổ chức hai năm một lần với mục đích thúc đẩy ứng dụng và MHH ở tất cả các lĩnh vực của giáo dục toán.

Trong hội nghị quốc tế về dạy học toán ICMI 14, Blum nhận xét [1]: Mặc dù đã có nhiều tài liệu, nghiên cứu đề cập đến MHH trong giáo dục toán nhưng vai trò của MHH vẫn ít thể hiện ở tất cả các cấp học. Làm thế nào để tích hợp MHH vào

* NCS, Trường Đại học Sư phạm TPHCM

dạy học toán được thực hiện dễ dàng hơn?

Trên cơ sở phân tích quá trình MHH và những khó khăn khi sử dụng MHH trong lớp học, bài báo đề xuất một hướng giải quyết đối với câu hỏi trên, đó là thay thế các tình huống thực tế bằng các tình huống toán học hóa, lúc này học sinh sẽ thực hiện một quá trình con của quá trình MHH - quá trình toán học hóa. Bài báo cũng đưa ra những gợi ý giúp giáo viên có thể xây dựng các tình huống dạy học hỗ trợ quá trình toán học hóa này, đồng thời trình bày cách phân loại tình huống toán học cùng với bốn ví dụ minh họa giúp việc sử dụng các tình huống vào dạy học thuận lợi hơn và đúng mục đích hơn.

2. Nội dung

2.1. Quá trình mô hình hóa toán học

Mô hình hóa toán học là thuật ngữ được sử dụng để chỉ quá trình giải quyết những vấn đề thực tế bằng công cụ toán học [1]. MHH cho phép học sinh kết nối toán học nhà trường với thế giới thực, chỉ ra khả năng áp dụng các ý tưởng toán, đồng thời cung cấp một bức tranh rộng hơn, phong phú hơn về toán học, giúp việc học toán trở nên ý nghĩa hơn.

Khái niệm mô hình hóa trong dạy

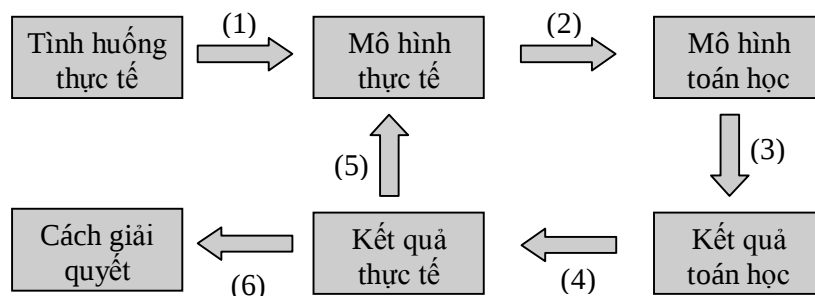
học toán thường được sử dụng theo hai mục đích:

- Mô hình hóa để học toán: MHH là một phương tiện hỗ trợ việc học các khái niệm và quá trình toán học của học sinh, chẳng hạn như tạo động cơ giúp hình thành và hiểu một khái niệm hoặc minh họa các nội dung toán học trừu tượng, phức tạp.

- Học toán để mô hình hóa: MHH là một mục đích của việc học toán, nhằm trang bị cho học sinh các năng lực để có thể sử dụng toán trong nhiều ngữ cảnh và tình huống bên ngoài lớp học.

Ở bài báo này chúng tôi quan tâm đến MHH theo phương diện thứ hai, phát triển khả năng sử dụng toán của học sinh trong cuộc sống hiện tại và tương lai.

Nhiều sơ đồ đã được sử dụng để mô tả quá trình MHH, như của Pollak, Blum, Kaiser [4] hay Stillman & Galbraith [7], đó là một quá trình lặp gồm nhiều bước, bắt đầu với một tình huống thực tế và kết thúc là một phương án giải quyết thành công hay quyết định thực hiện lại quá trình để đạt được kết quả tốt hơn. Sơ đồ dưới đây được mô phỏng theo quá trình mô hình hóa của Stillman & Galbraith. [7]



Sơ đồ 1. Quá trình mô hình hóa mô phỏng theo Stillman & Galbraith (2006)

Để giải quyết một nhiệm vụ MHH, học sinh lần lượt thực hiện các bước chính sau:

Bước 1: Hiểu tình huống được cho, đưa vào các điều kiện và giả thiết phù hợp để tạo ra một mô hình thực tế của tình huống;

Bước 2: Xây dựng mô hình toán biểu diễn trung thực cho mô hình thực tế;

Bước 3: Làm việc trong môi trường toán học để đạt được kết quả toán;

Bước 4: Thể hiện kết quả trong ngữ cảnh thực tế;

Bước 5: Xem xét tính hợp lý, thỏa đáng của kết quả thực tế hay quyết định thực hiện quá trình lần 2;

Bước 6: Trình bày cách giải quyết.

Trong quá trình trên, bước 2 là quan trọng nhất, giúp phân biệt một nhiệm vụ MHH với một nhiệm vụ toán học khác.

Ngoài ra, dựa vào sơ đồ 1, chúng tôi nhận thấy, để giải quyết một nhiệm vụ MHH, người thực hiện MHH sẽ trải qua ba giai đoạn của một tình huống toán học được đặt trong ngữ cảnh thực tế từ phức tạp đến đơn giản.

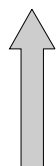
- **Tình huống thực tế:** là tình huống xuất phát từ thế giới bên ngoài lĩnh vực toán học, không có các đối tượng, kí hiệu, cấu trúc toán học. Trong những tình huống này, thông tin có thể không đầy

đủ, dữ liệu có thể quá nhiều hoặc quá ít, yêu cầu đặt ra thường không rõ ràng dẫn đến có nhiều cách để giải quyết, tùy thuộc vào khía cạnh mà người mô hình hóa quan tâm.

- **Tình huống toán học hóa** (tương ứng với mô hình thực tế): là tình huống vẫn chứa đựng những yếu tố quan trọng của tình huống thực tế ban đầu, nhưng đã được đơn giản hóa, lí tưởng hóa, đặc biệt hóa, thêm các điều kiện, giả thiết phù hợp, hạn chế những yếu tố không cần thiết cho phép người mô hình hóa tiếp cận với một số công cụ toán học theo ý đồ của mình, nhưng vẫn phản ánh đúng một phần nào đó tình huống thực tế ban đầu. Có thể xây dựng được nhiều tình huống toán học hóa khác nhau của cùng một tình huống thực tế, tùy thuộc vào kiến thức, mục đích, quan tâm của người mô hình hóa.

- **Tình huống mô hình toán** (tương ứng với mô hình toán học): là tình huống bao gồm các đối tượng toán học và mối quan hệ giữa các đối tượng đó tương ứng với các yếu tố cơ bản và mối quan hệ của chúng trong tình huống thực tế.

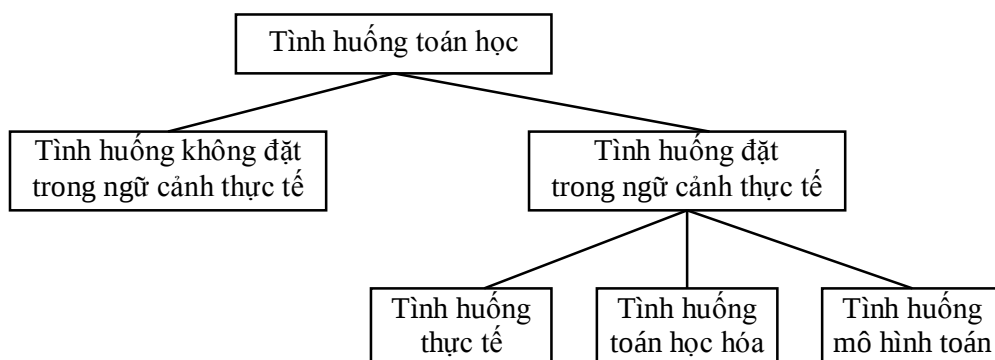
Như vậy, mức độ phức tạp của các tình huống đặt trong ngữ cảnh thực tế sẽ tăng dần theo chiều mũi tên dưới đây.



Mức độ 3	Tình huống thực tế
Mức độ 2	Tình huống toán học hóa
Mức độ 1	Tình huống mô hình toán

Sơ đồ 2. Mức độ phức tạp của các tình huống đặt trong ngữ cảnh thực tế

Tóm lại, các tình huống toán học sẽ được phân loại theo sơ đồ sau



Sơ đồ 3. Phân loại các tình huống toán học

Hiện nay, các bài tập trong SGK Toán ở bậc THPT chủ yếu là “tình huống không đặt trong ngữ cảnh thực tế” và “tình huống mô hình toán”. Do đó, nếu đưa quá trình MHH vào dạy học, bắt đầu với một tình huống thực tế sẽ là khó khăn đối với học sinh. Sau đây, chúng tôi giới thiệu một quá trình đơn giản hơn nhưng vẫn đảm bảo mục đích của tiếp cận MHH, đó là quá trình toán học hóa, giúp học sinh hình thành các năng lực cần thiết để từng bước sử dụng toán học vào giải quyết các tình huống thực tế.

2.2. Quá trình toán học hóa

Nghiên cứu từ lý thuyết và thực nghiệm đã đưa ra những khó khăn thường gặp khi sử dụng MHH trong lớp học toán như sau (theo [2], [3], [7]):

- MHH bao gồm việc chuyển đổi giữa toán học và thực tế theo cả hai chiều vì vậy kiến thức toán và kiến thức thực tế đều cần thiết. Tuy nhiên, học sinh thường thiếu kiến thức thực tế liên quan đến tình huống cũng như kinh nghiệm để tạo ra các mô hình thực tế.

- Học sinh mất nhiều thời gian trong việc hiểu tình huống, đưa ra các giả thiết,

nhận ra các biến phù hợp, thu thập dữ liệu thực tế để cung cấp thêm thông tin về tình huống.

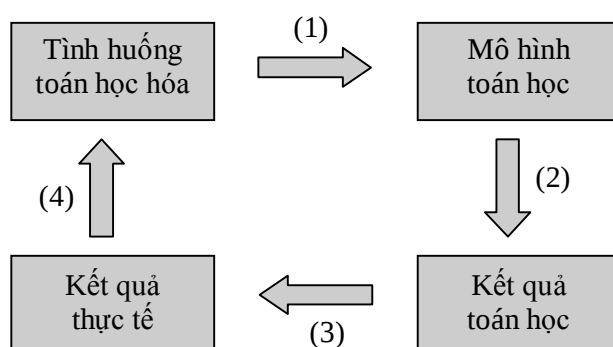
- Tình huống thực tế có thể bị xây dựng lại theo những cách khác nhau tùy thuộc vào kinh nghiệm của chính học sinh, đôi khi các em tạo ra một tình huống giả tưởng xung quanh vấn đề được đặt ra hoặc thoát khỏi môi trường toán.

- Các tình huống MHH được đặt trong môi trường thực tế thường phức tạp và có phương án giải quyết “mở” do đó có nhiều cách khác nhau để tiếp cận và có thể có nhiều kết quả khác nhau, vì vậy giáo viên khó dự đoán trước các cách giải quyết của học sinh cũng như khó hướng dẫn các em trong quá trình MHH.

Như vậy, các khó khăn tập trung chủ yếu ở hai bước chuyển đổi (1) và (2) của quá trình MHH, từ Tình huống thực tế đến Mô hình thực tế và từ Mô hình thực tế đến Mô hình toán học. Chúng tôi nhận thấy rằng, để hạn chế những khó khăn nêu trên, giáo viên nên đưa ra một mô hình thực tế thay vì một tình huống thực tế, nghĩa là giáo viên đã thực hiện bước thứ nhất trong quá trình MHH. Khi

đó, tình huống đưa ra vẫn được đặt trong môi trường thực tế, học sinh vẫn phải chuyển đổi tình huống từ thực tế vào môi trường toán, giải quyết vấn đề toán học, đưa ra kết quả toán và giải thích kết quả đó trong ngữ cảnh thực tế ban đầu. Quá trình này gọi là quá trình toán học hóa. Rõ ràng cách làm như vậy vẫn đảm bảo mục đích của tiếp cận MHH theo Stillman [8]:

- Phát triển khả năng áp dụng toán vào những vấn đề thực tế;
- Đưa toán học ra khỏi phạm vi lớp học;
- Sử dụng ngữ cảnh thực tế là một thành phần then chốt trong quá trình MHH;
- Thực hiện chuyển đổi từ môi trường thực tế sang môi trường toán và ngược lại.



Sơ đồ 4. Quá trình toán học hóa

So với tình huống thực tế ban đầu, tình huống toán học hóa giúp học sinh hình dung rõ hơn về tình huống, có thêm dữ liệu thông tin; vì vậy, quá trình xây dựng mô hình toán học diễn ra thuận lợi hơn.

Quá trình toán học hóa cũng được xem là một cơ sở lý thuyết quan trọng của chương trình đánh giá PISA [6], tuy nhiên quá trình đó không xuất phát với một tình huống toán học hóa mà bắt đầu với một tình huống đặt trong ngữ cảnh thực tế và gồm 5 bước chia thành 3 quá trình nhỏ: (1) xây dựng tình huống một cách toán học; (2) sử dụng các khái niệm, quá trình, suy luận toán học; (3) giải thích, áp dụng và đánh giá kết quả. Mỗi câu hỏi trong các tình huống của PISA

chỉ đánh giá một trong ba quá trình này. Do đó, quá trình toán học hóa chúng tôi đưa ra trong bài báo không dựa vào quá trình toán học hóa của PISA mà xuất phát từ quá trình MHH được trình bày ở mục 2.1.

Trên cơ sở mô tả bước 1 của quá trình MHH, giáo viên có thể xây dựng các tình huống dạy học hỗ trợ quá trình toán học hóa ở sơ đồ 4:

- Bắt đầu với một tình huống thực tế, tình huống đó phải thích hợp với đối tượng học sinh và chứa đựng nội dung toán các em đã học.
- Dự kiến những kiến thức, kỹ năng toán học mà học sinh cần sử dụng để thiết lập mô hình toán và giải toán;
- Làm cho tình huống rõ ràng hơn;

Tạo mối liên kết giữa tình huống thực tế và toán học bằng cách:

- o Thực hiện lí tưởng hóa, đơn giản hóa, đặc biệt hóa vấn đề;
- o Đưa ra các giả thiết phù hợp;
- o Nhận ra các biến trong tình huống để biểu diễn các đặc điểm cần thiết;
- o Thu thập dữ liệu thực tế để cung cấp thêm thông tin cho tình huống;
- o Mô tả chi tiết tình huống;
- o Câu hỏi được đặt ra một cách rõ ràng.

- Tình huống toán học hóa vẫn phải đảm bảo ngữ cảnh bao gồm các đối tượng thực.

Ngoài ra, để tạo được những tình huống THH có ý nghĩa và phù hợp với học sinh, giáo viên có thể điều chỉnh các bài toán thực tế từ sách giáo khoa hoặc từ các nguồn có sẵn như các nhiệm vụ của PISA... theo những gợi ý trên.

2.3. Ví dụ minh họa

Sau đây, chúng tôi minh họa một tình huống toán học hóa đã được chuyển đổi từ tình huống thực tế theo các gợi ý ở trên cùng với kết quả khảo sát hai nhóm học sinh lớp 12, gồm 92 em, khi giải quyết hai tình huống này. Bên cạnh đó, chúng tôi cũng giới thiệu thêm một tình huống toán học hóa, một tình huống mô hình toán cùng xuất phát từ tình huống thực tế ban đầu.

Tình huống thực tế: Trong cuộc thi những người pha chế cocktail giỏi, ban tổ chức chuẩn bị các li thủy tinh có dạng như hình vẽ. Thí sinh được yêu cầu pha nửa li cocktail loại Martini rồi trang trí. Nếu em là thí sinh dự thi, em sẽ làm như thế nào, tại sao? (Sử dụng kiến thức toán để giải quyết)



Hình 1. Li cocktail thủy tinh

Tình huống trên được đặt ra cho 46 học sinh lớp 12 giải quyết, những học sinh này đã học xong phần “thể tích của hình nón” vì vậy có thể sử dụng kiến thức đó vào tình huống. Kết quả thực nghiệm cho thấy tình huống khó đối với hầu hết học sinh mà chúng tôi khảo sát (xem bảng 1), bởi vì học sinh không hiểu yêu cầu của tình huống, không thấy được mối liên hệ giữa thực tế và toán học, chưa quen với những tình huống như vậy, hoặc giải quyết mà không sử dụng kiến thức toán, chẳng hạn: rót rượu vào 1/2 chiều cao của thân li, sử dụng dụng cụ có vạch ml, ước lượng bằng mắt, đổ li đựng đầy rượu qua một li khác đến khi hai li ngang nhau, úp ngược li.

Bảng 1. Kết quả thực nghiệm tình huống thực tế

Không làm	Không sử dụng kiến thức toán để giải quyết	Sử dụng kiến thức toán để giải quyết	Tổng (học sinh)
5	33	8 (2 HS giải đúng)	46

Chỉ có 4,3% học sinh tham gia khảo sát đã sử dụng kiến thức toán để đưa ra lời giải đúng cho tình huống. Nhằm giảm bớt những khó khăn trên, từ tình huống thực tế, giáo viên có thể xây dựng tình huống toán học hóa, với dự kiến những kiến thức, kỹ năng toán học mà học sinh cần sử dụng là *thể tích hình nón*:

- Lí tưởng hóa: li cocktail thủy tinh có dạng *hình nón*;
- Đơn giản hóa: đưa ra hai phương án để học sinh lựa chọn *rót 2/3 li* và *phụ thuộc vào kích thước của miệng li*;
- Cung cấp dữ liệu, thông tin: cung

cấp thêm hình ảnh của 2 dạng li hình nón khác;

- Mô tả tình huống một cách chi tiết.

Tình huống toán học hóa 1:

Trong cuộc thi những người pha chế cocktail giỏi, ban tổ chức chuẩn bị các li thủy tinh có dạng *hình nón* như hình vẽ. Thí sinh được yêu cầu pha nửa li cocktail loại Martini rồi trang trí. Bình là một thí sinh cho rằng *cần rót cocktail vào 2/3 li*. Nhật cho rằng cách của Bình không đúng vì còn tùy thuộc vào *kích thước của miệng li*. Theo em, ai đúng, tại sao?



Hình 2. Các li thủy tinh với kích thước khác nhau

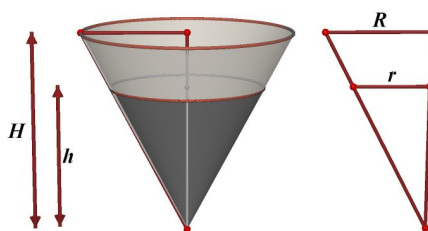
Quá trình chuyển đổi từ mô hình thực tế sang mô hình toán, học sinh có thể đưa về bài toán: tìm mối liên hệ giữa đường cao H và h của hai hình nón, thân li cocktail và phần rượu bên trong li, có bán kính tương ứng là R, r , biết tỉ lệ thể tích $V:v = 2:1$

$$\text{Khi đó: } V = \frac{1}{3}R^2\pi H \text{ và } v = \frac{1}{3}r^2\pi h$$

$$\frac{V}{v} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{H}{h} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

$$\text{Suy ra } h \approx 0.79H.$$

Vậy câu trả lời là cả Nhật và Bình đều không đúng.



Hình 3. Mô hình toán học của tình huống

Thực hiện khảo sát trên 46 học sinh lớp 12 khác, chúng tôi thu được kết quả:

Bảng 2. Kết quả thực nghiệm tình huống toán học hóa 1

Không làm	Làm không đúng	Giải thích đúng 1 trường hợp (Bình sai)	Giải thích đúng cả 2 trường hợp	Tổng (học sinh)
0	29	10	7 (4 HS đưa ra cách rút đúng)	46

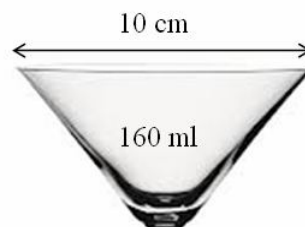
So với tình huống thực tế, kết quả thu được từ tình huống toán học hóa 1 có một sự khác biệt lớn. Tất cả học sinh đều sử dụng công thức thể tích hình nón khi giải quyết tình huống, không có em nào không làm. Hầu hết các em đều xác định được những yếu tố toán học từ tình huống như $v = V/2$, $h = 2H/3$, trong đó 17 em xác định được tỉ lệ $r : R = h : H$. Điều đó chứng tỏ học sinh hiểu được yêu cầu đặt ra, cũng như tìm thấy kiến thức toán cần áp dụng.

Ngoài ra, như chúng tôi có đề cập ở phần 2.1, từ một tình huống thực tế chúng ta có thể tạo ra nhiều tình huống toán học hóa khác nhau, tùy thuộc vào lượng thông tin được cung cấp. Dưới đây là một tình huống toán học hóa khác, với độ khó thấp hơn tình huống 1, vì thông tin đã được hạn chế nhiều hơn (một loại li), cụ thể hơn (cho thể tích và đường kính), yêu cầu đặt ra đơn giản hơn.

Tình huống toán học hóa 2: Trong cuộc thi những người pha chế cocktail giỏi, ban tổ chức chuẩn bị một loại li thủy tinh có dạng hình nón với dung tích chứa là 160 ml và đường kính miệng li là 10cm. Thí sinh được yêu cầu pha nửa li cocktail loại Martini rồi trang trí. Nếu em là thí sinh, em sẽ rót cocktail vào li theo

tỉ lệ nào so với chiều cao của thân li? Giải thích.

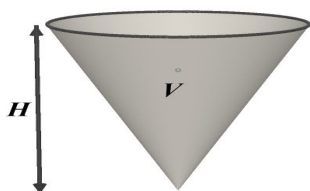
- A. 1/2 B. 2/3 C. 3/4 D. 4/5



Hình 4. Phần thân li với đường kính và dung tích cho trước

So với các tình huống trên, tình huống dưới đây cũng được đặt trong một ngữ cảnh thực tế, nhưng đã xác định các đối tượng toán học (chiều cao, thể tích), và yêu cầu đặt ra cho học sinh là tìm mối quan hệ giữa các đối tượng đó. Vì vậy, tình huống không phải là một tình huống thực tế hay là tình huống toán học hóa.

Tình huống mô hình toán: Trong cuộc thi những người pha chế cocktail giỏi, ban tổ chức chuẩn bị một loại li thủy tinh có dạng hình nón như hình vẽ. Thí sinh được yêu cầu pha nửa li cocktail loại Martini rồi trang trí. Gọi H là chiều cao của thân li và V là thể tích của li. Hãy xác định chiều cao của lượng cocktail đổ vào theo H để thể tích cocktail trong li bằng $V/2$.



Hình 5. Phân thân li với chiều cao H và thể tích V

Bốn tình huống trên đều có cùng nội dung toán, nhưng được thiết kế với mức độ phức tạp giảm dần, phụ thuộc vào các thông tin được cung cấp, cũng như loại câu hỏi đặt ra. Hiện nay, học sinh chỉ mới gặp một số tình huống mô hình toán, thỉnh thoảng xuất hiện trong SGK. Để có thể hướng đến việc sử dụng kiến thức, kỹ năng toán vào giải quyết các tình huống thực tế, học sinh cần được tiếp xúc nhiều hơn với tình huống mô hình toán và có cơ hội làm quen các tình huống toán học hóa, từ mức độ đơn giản đến phức tạp.

3. Kết luận

Dạy học MHH đã và đang thu hút nhiều quan tâm nghiên cứu, thực hiện ở nhiều nước trên thế giới như Mỹ, Úc, Đức, Hà Lan, Singapore... Qua phân tích các tài liệu, bài báo đưa ra một số khó khăn khi sử dụng quá trình MHH vào dạy học toán. Ngoài ra, với một khảo sát nhỏ trên đối tượng học sinh lớp 12, chúng tôi nhận thấy các em gặp nhiều khó khăn hơn khi giải quyết một tình huống thực tế so với một tình huống toán học hóa. Bên cạnh đó, hầu hết các bài tập “thực tế” trong sách giáo khoa chỉ mới dừng lại ở mức độ “tình huống mô hình toán”. Vì vậy, đối với học sinh hiện nay, khi các em chưa được làm quen với quá trình MHH toán học thì quá trình toán học hóa là một lựa chọn giúp học sinh hình thành các năng lực cần thiết để từng bước sử dụng toán học vào các tình huống thực tế.

Ghi chú: Bài báo này được tài trợ một phần bởi Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia Việt Nam - NAFOSTED với đề tài Mã số: VI2.2-2010.11.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Blum W. (2002), “ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document”, *ZDM*, 34(5), pp. 229-239.
2. Blum W. (2011), “Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research”, *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, pp. 15-27.
3. Busse, A. & Kaiser, G. (2003), “Context in application and modelling - an empirical approach”, In Q. Ye, W. Blum, S.K., Houston, Q. Jiang (Eds.), *Mathematical modelling in education and culture: ICTMA 10* (pp. 3-15), Chichester, UK: Horwood Publishing.
4. Ferri, R. B. (2006), “Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process”, *ZDM*, 38(2), pp. 86-95.

(Xem tiếp trang 42)

5. Kaiser G. (2010), “Theoretical Approaches and Examples for Modelling in Mathematics Education”, *Mathematical Applications and Modelling: Yearbook 2010*. World Scientific, pp. 219-237.
6. OECD (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework - Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, Paris: OECD Publications.
7. Stillman, G. & Galbraith, P. (2006), “A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process”, *ZDM*, 38(2), pp. 143-162.
8. Stillman, G. (2008), “Connected Mathematics Through Mathematical Modelling and Applications”, In *Connected maths, Proceedings of the 45th Annual Conference of the Mathematical Association of Victoria*, eds. J. Vincent, J. Dowsey & R. Pierce, MAV, Melbourne: pp. 325-339.

(Ngày Tòa soạn nhận được bài: 21-3-2013; ngày phản biện đánh giá: 14-5-2013;
ngày chấp nhận đăng: -2013)