

MỘT CÁCH GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN KHI CÓ HÀM THUỘC CỦA CÁC THAM SỐ MỜ

Lê Xuân Huỳnh¹; Lê Công Duy²

Tóm tắt: Bài báo trình bày một thuật toán được đề xuất để giải phương trình cơ bản của phương pháp phần tử hữu hạn - mô hình chuyển vị có tham số mờ. Thuật toán được xây dựng dựa trên nguyên lý mở rộng và phương pháp tối ưu mức anpha. Một ví dụ số áp dụng tính khung phẳng có các tham số mờ dạng tam giác là mô đun đàn hồi vật liệu, kích thước hình học và tải trọng tĩnh. Kết quả tính chuyển vị nút kết cấu là các số mờ được so sánh với kết quả tính theo phương pháp PTHH tại giá trị trung tâm.

Từ khóa: hàm thuộc, tham số mờ.

Summary: This article presents an algorithm for solving basic equation of finite element method-displacements model, with taking account of some fuzzy input parameters. The algorithm is established by the aid of extension principle and anpha-level optimization method. A numerical example is applied for a plane frame structure in that elastic modulus, geometric dimensions and static loads are triangle fuzzy numbers. Fuzzy nodal displacements output results have been compared with results of the solution by FEM that computed at center values of input fuzzy parameters.

Keywords: membership functions, fuzzy parameter.

Nhận ngày 12/8/2011, chỉnh sửa 05/01/2012; chấp nhận đăng 30/05/2012

1. Đặt vấn đề

Phương pháp phần tử hữu hạn mờ (PTHHM) trong phân tích kết cấu là kết quả mở rộng phương pháp phần tử hữu hạn truyền thống (PTHH) khi xét đến tính không rõ ràng, không chắc chắn (uncertainty) dưới dạng số mờ của các tham số đầu vào và tham số mô hình khi phân tích kết cấu. Tùy thuộc bản chất của tham số và dạng mô hình, tính không chắc chắn được mô tả bởi các số mờ có hàm thuộc khác nhau. Khi đó trong phương trình cơ bản của phương pháp PTHH $[k]\{q\}=\{f\}$, ma trận độ cứng $[k]$ và vector tải trọng $\{f\}$ sẽ chứa các tham số đầu vào mờ và do đó vector chuyển vị tìm được $\{q\}$ là các kết quả mờ.

Việc nghiên cứu và tính toán kết cấu có xét đến các yếu tố không rõ ràng, không chắc chắn thể hiện dưới dạng số mờ là một vấn đề đang được nhiều chuyên gia, kỹ sư kết cấu trong và ngoài nước quan tâm. Nội dung chính trong phương pháp PTHHM là khi biết các tham số mờ qua hàm thuộc (membership function) của chúng, ta cần tìm nghiệm phương trình cơ bản của phương pháp PTHHM. Có một số công trình toán học giới thiệu các phương pháp giải phương trình đại số tuyến tính hoặc phi tuyến mờ [1, 2] với các thuật toán di truyền (GA) và mô phỏng Monte-Carlo mờ. Các công cụ toán này khá phức tạp khi áp dụng tính toán kết cấu, khối

¹ GS, TS, Khoa Xây dựng Dân dụng và Công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng.

² ThS, NCS, Trường Đại học Duy Tân. E-mail:lecduy@yahoo.com.

lượng tính toán rất lớn. Trong [3], giới thiệu sơ đồ thuật toán phân tích kết cấu mờ theo mô hình ngẫu nhiên mờ. Tác giả đề xuất sơ đồ thuật toán kết hợp phương pháp tối ưu mức anpha, với 28 bước, 5 vòng lặp rất công phu nhưng cũng khá phức tạp. Ví dụ minh họa giải bài toán dao động riêng hệ 3 bậc tự do, môđun đàn hồi và hệ số cản là các đại lượng mờ tam giác cho trước. Trong [4] tác giả giới thiệu chung về phương trình cơ bản của phương pháp phần tử hữu hạn mờ và trình bày ví dụ tính tần số dao động riêng của dầm phẳng có 27 bậc tự do với các đại lượng mờ cho trước là đặc trưng tiết diện và khối lượng của kết cấu. Trong [4] các tác giả chỉ đơn giản nêu đường lối sử dụng tập cắt - α kết hợp với phép toán phân tích khoảng của lý thuyết tập mờ để giải bài toán, tác giả [4] không trình bày thuật giải cho bài toán để có kết quả tính toán.

Trong bài báo này, xuất phát từ nguyên lý mở rộng (Extension Principle) và phương pháp tối ưu mức anpha (α -level optimization), tác giả đề xuất một thuật toán giải phương trình cơ bản của phương pháp PTHH mô hình chuyển vị, trong đó có một số tham số đầu vào mờ như kích thước hình học, môđun đàn hồi và tải trọng ngoài. Thuật toán được trình bày với kết cấu hệ thanh, phần tử mẫu sáu bậc tự do.

2. Phương trình cơ bản của phương pháp PTHH mờ

Theo nguyên lý công khả dĩ, thiết lập được phương trình cơ bản của phương pháp PTHH mờ như sau

$$[\tilde{k}] \cdot \{\tilde{q}\} = \{\tilde{f}\} \quad (1)$$

trong đó $[\tilde{k}]$ là ma trận độ cứng tổng thể của kết cấu, là một ma trận vuông có kích thước tùy thuộc vào số bậc tự do của tất cả các nút. Các phần tử của ma trận $[\tilde{k}]$ là các số mờ, có dạng tổng quát đối với hệ có n bậc tự do như sau:

$$[\tilde{k}] = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & \tilde{k}_{12} & \tilde{k}_{13} \dots \tilde{k}_{1n} \\ \tilde{k}_{21} & \tilde{k}_{22} & \tilde{k}_{23} \dots \tilde{k}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{k}_{n1} & \tilde{k}_{n2} & \tilde{k}_{n3} \dots \tilde{k}_{nn} \end{bmatrix}$$

Để minh họa cho việc trình bày thuật toán, không làm mất tính tổng quát, ta thực hiện tính toán với kết cấu khung phẳng. Giả sử diện tích mặt cắt ngang, chiều dài phần tử, mô men quán tính tiết diện và môđun đàn hồi là các tham số mờ. Chuyển từ ma trận độ cứng $[k]$ của phương pháp PTHH, khi không xét đến tính mờ của liên kết, ta có ma trận độ cứng mờ của thanh thẳng có sáu bậc tự do như sau:

$$[\tilde{k}] = \begin{bmatrix} \tilde{E}\tilde{A}/\tilde{l} & 0 & 0 & -\tilde{E}\tilde{A}/\tilde{l} & 0 & 0 \\ 0 & 12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^3 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 0 & -12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^3 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 \\ 0 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 4\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l} & 0 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 2\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l} \\ -\tilde{E}\tilde{A}/\tilde{l} & 0 & 0 & \tilde{E}\tilde{A}/\tilde{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^3 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 0 & 12\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^3 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 \\ 0 & 6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 2\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l} & 0 & -6\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l}^2 & 4\tilde{E}\tilde{I}/\tilde{l} \end{bmatrix}$$

trong đó: $\tilde{E}, \tilde{A}, \tilde{I}, \tilde{l}$ lần lượt là các đại lượng mờ: môđun đàn hồi, diện tích mặt cắt ngang, mô men quán tính và chiều dài của phần tử thanh;

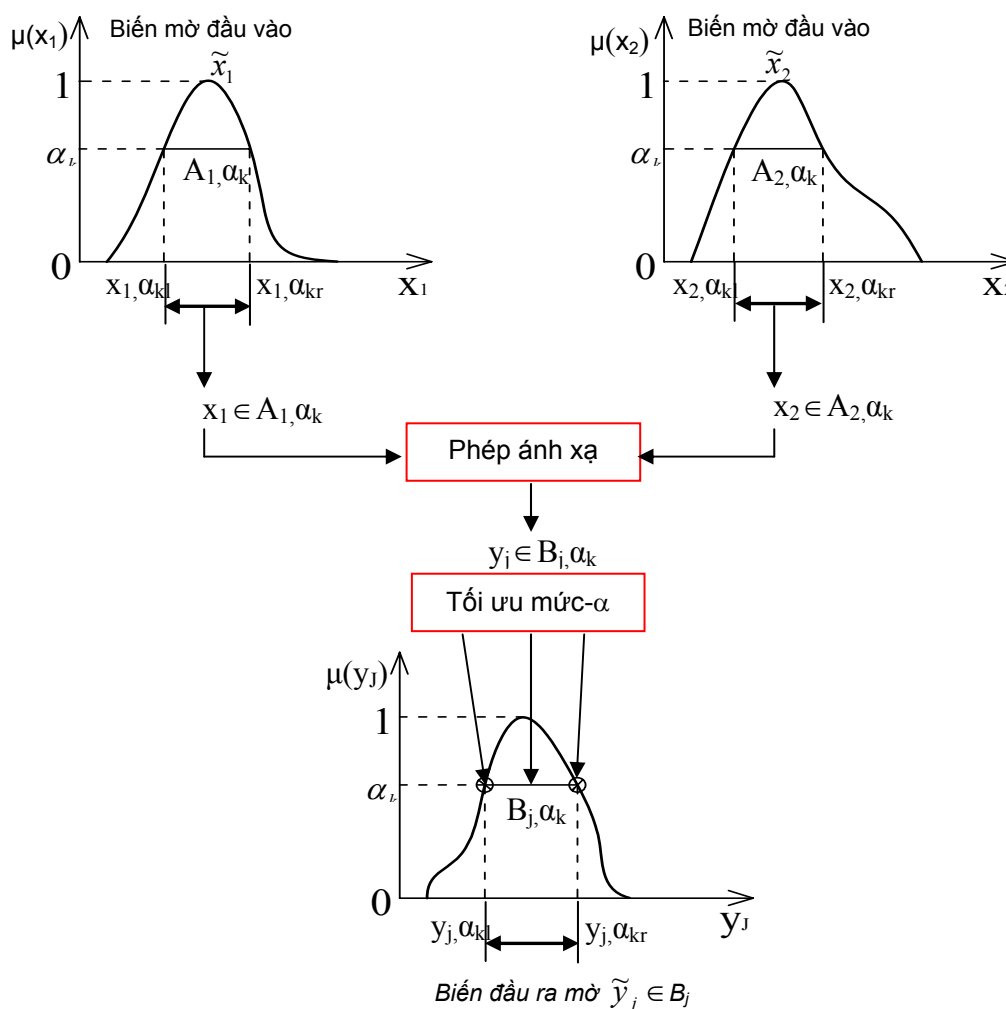
- $\{\tilde{f}\}$ là véc tơ lực nút với mỗi phần tử có dạng số mờ, có kích thước $(n \times 1)$;
- $\{\tilde{q}\}$ là vectơ chuyển vị nút của kết cấu, với mỗi thành phần chuyển vị nút là các ẩn số được xác định bằng cách giải phương trình (1).

Ma trận độ cứng và vectơ lực nút có các phần tử là các số mờ nên các thành phần của véc tơ chuyển vị nút $\{\tilde{q}\}$ cũng là các số mờ, có kích thước tương ứng $(n \times 1)$, dạng $\{\tilde{q}\} = [\tilde{q}_1 \ \tilde{q}_2 \ \dots \ \tilde{q}_n]^T$

3. Một cách giải phương trình cơ bản của phương pháp PTHH có tham số mờ

Cách giải này dựa trên công cụ toán là phương pháp tối ưu mức alpha, được giới thiệu trong [3]. Để tiện theo dõi, xin trình bày nội dung phương pháp này, có ví dụ minh họa đơn giản.

3.1 Phương pháp tối ưu mức - α [3]



Hình 1. Sơ đồ thuật toán tối ưu mức - α

Phương pháp được thực hiện bằng cách rời rạc hóa tất cả các biến mờ đầu vào với cùng một mức độ thuộc α_k , $k = 1, \dots, n$ ($0 \leq \alpha_k \leq 1$). Sơ đồ minh họa thuật toán của phương pháp với hai biến đầu vào mờ, một biến đầu ra mờ như trên Hình 1.

KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ ỨNG DỤNG

Từ sơ đồ thuật toán ta thấy với mức $-\alpha_k$, từ tập $x_1 \in A_{1,\alpha_k}$ và tập $x_2 \in A_{2,\alpha_k}$ có thể tính được các giá trị của $y_j \in B_{j,\alpha_k}$ với $j=(1,\dots,m)$, trong đó $y_{j,\alpha_{kl}}$ là giá trị nhỏ nhất và $y_{j,\alpha_{kr}}$ là giá trị lớn nhất của tập mức $-\alpha$, B_{j,α_k} . Tuy nhiên việc xác định hai giá trị nhỏ nhất $y_{j,\alpha_{kl}}$ và lớn nhất $y_{j,\alpha_{kr}}$ không thực hiện bằng phép toán min-max mà được xác định thông qua hai bài toán tối ưu:

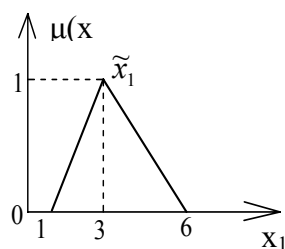
$$y_j = f_j(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \min, \text{ với điều kiện } (x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha_k} \quad (2)$$

$$y_j = f_j(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max, \text{ với điều kiện } (x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha_k} \quad (3)$$

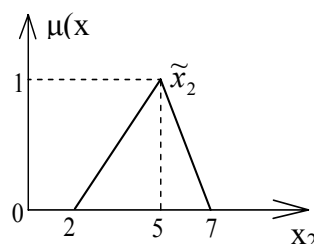
Giải hai bài toán qui hoạch (2) và (3) ta được **hai giá trị nhỏ nhất và lớn nhất** của biến đầu ra y_j có mức độ thuộc tương ứng là α_k với $\alpha(y_j) = \alpha_k$, đồng thời cũng xác định được giá trị điểm tối ưu của các biến đầu vào $x_{i\text{opt},\alpha_k}$ tương ứng với các giá trị min-max của kết quả đầu ra y_j .

Việc tính toán xác định dạng hàm thuộc của số mờ bằng thuật toán tối ưu mức $-\alpha$ đòi hỏi phải giải 2m bài toán qui hoạch với m là số lượng điểm chia mức độ thuộc α_k trong khoảng $[0,1]$. Thông thường chia trục tung của hàm thuộc của các số mờ đầu vào thành mười khoảng bằng nhau với số gia của mức $\alpha_k = 0.1$ sẽ cho hàm thuộc kết quả đầu ra có hình dạng khá gần với hình dạng thực của nó.

Ví dụ, xét hàm số mờ $\tilde{y} = 1,2.\tilde{x}_1^2 - 2.\tilde{x}_1.\tilde{x}_2 + \tilde{x}_2^2$, trong đó $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$ là các số mờ tam giác có hàm thuộc như trên Hình 2a,b. Để xác định hàm thuộc đầu ra, ta rời rạc hóa các biến mờ với 11 mức α dùng thuật toán tối ưu mức- α bằng phần mềm Maple 13, [9] kết quả cho trong Bảng 1.



Hình 2.a

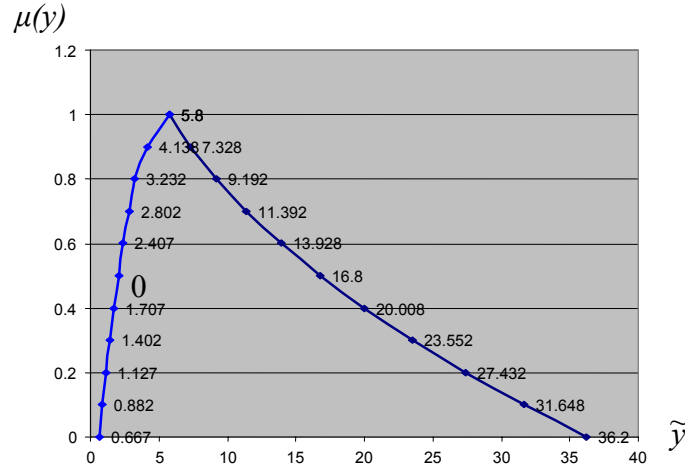


Hình 2.b

Bảng 1. Kết quả tính toán theo thuật toán tối ưu mức- α

α_k	$x_{1,\alpha_{kl}}$	$x_{1,\alpha_{kr}}$	$x_{2,\alpha_{kl}}$	$x_{2,\alpha_{kr}}$	$x_{1\text{opt},\alpha_{kl}}$	$x_{2\text{opt},\alpha_{kl}}$	$y_{\min,\alpha_{kl}}$	$x_{1\text{opt},\alpha_{kr}}$	$x_{2\text{opt},\alpha_{kr}}$	$y_{\max,\alpha_{kr}}$
0	1	6	2	7	1.667	2.000	0.667	1	7	36.200
0.1	1.2	5.7	2.3	6.8	1.192	2.299	0.882	1.199	6.799	31.648
0.2	1.4	5.4	2.6	6.6	5.400	6.599	1.127	5.400	2.600	27.432
0.3	1.6	5.1	2.9	6.4	2.417	2.899	1.402	1.600	6.400	23.552
0.4	1.8	4.8	3.2	6.2	2.667	3.200	1.707	1.800	6.200	20.008
0.5	2	4.5	3.5	6	2.917	3.500	2.042	2.000	6.000	16.800
0.6	2.2	4.2	3.8	5.8	4.200	5.799	2.407	2.200	3.799	13.928
0.7	2.4	3.9	4.1	5.6	3.899	5.599	2.802	2.399	4.099	11.392
0.8	2.6	3.6	4.4	5.4	3.600	5.400	3.232	2.600	4.400	9.192
0.9	2.8	3.3	4.7	5.2	3.299	5.200	4.138	2.799	4.700	7.328
1.0	3	3	5	5	3	5	5.800	3	5	5.800

Từ Bảng 1, ta có giá trị cận dưới, cận trên và giá trị trung tâm của $\tilde{y}$ lần lượt là: $y_{\min} = 0.667$; $y_{\max} = 36.200$; $y_c = 5.800$. Từ bảng số liệu với các giá trị của α_k có các giá trị $y_{\min}$ và $y_{\max}$ tương ứng, ta có được đồ thị hàm thuộc của số mờ $\tilde{y}$ dạng phi tuyến như trên Hình 3.



Hình 3. Hàm thuộc của số mờ $\tilde{y}$

3.2 Một cách giải phương trình cơ bản của phương pháp PTHH mờ

Các tham số trong phương trình (1) có dạng số mờ nên việc giải phương trình (1) để xác định giá trị của các thành phần chuyển vị nút được tiến hành kết hợp với các phép toán của số học mờ. Trong bài này để giải phương trình (1) tác giả vận dụng *phương pháp tối ưu mức $-\alpha$* xác định các thành phần chuyển vị mờ của nút. Từ phương trình cân bằng của hệ kết cấu theo phương pháp PTHH mờ (1) sau khi xử lý điều kiện biên (khử suy biến) ta có thể viết lại phương trình như sau:

$$\{\tilde{q}\} = [\tilde{k}]^{-1} \{\tilde{f}\} \quad (4)$$

Khai triển phương trình (4) ta có

$$\{\tilde{q}\} = \begin{Bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \dots \\ \tilde{q}_n \end{Bmatrix} = [\tilde{k}]^{-1} \cdot \{\tilde{f}\} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & \tilde{k}_{12} & \tilde{k}_{13} & \dots & \tilde{k}_{1n} \\ \tilde{k}_{21} & \tilde{k}_{22} & \tilde{k}_{23} & \dots & \tilde{k}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{k}_{n1} & \tilde{k}_{n2} & \tilde{k}_{n3} & \dots & \tilde{k}_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \dots \\ \tilde{f}_n \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Đặt $[\tilde{\delta}] = [\tilde{k}]^{-1}$ là ma trận nghịch đảo của ma trận độ cứng tổng thể của kết cấu. Việc nghịch đảo ma trận $[\tilde{k}]$ chứa các phần tử dạng symbolc, được tính toán trực tiếp bằng phần mềm Maple.13 với điều kiện định thức của $[\tilde{k}]$ là khác không. Phương trình (3) được viết lại

$$\{\tilde{q}\} = \begin{Bmatrix} \tilde{q}_1 \\ \tilde{q}_2 \\ \dots \\ \tilde{q}_n \end{Bmatrix} = [\tilde{\delta}] \cdot \{\tilde{f}\} = \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_{11} & \tilde{\delta}_{12} & \tilde{\delta}_{13} & \dots & \tilde{\delta}_{1n} \\ \tilde{\delta}_{21} & \tilde{\delta}_{22} & \tilde{\delta}_{23} & \dots & \tilde{\delta}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\delta}_{n1} & \tilde{\delta}_{n2} & \tilde{\delta}_{n3} & \dots & \tilde{\delta}_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \dots \\ \tilde{f}_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

trong đó phần tử $\tilde{\delta}_{ij} = \frac{1}{\det(\tilde{k})} \cdot (-1)^{(i+j)} \cdot \det(\tilde{M}_{ji})$ với $\det(\tilde{k})$ là định thức của ma trận độ cứng

tổng thể $[\tilde{k}]$; $\det(\tilde{M}_{ij})$ là định thức của ma trận $[\tilde{M}_{ji}]$; $[\tilde{M}_{ji}]$ là ma trận con suy ra từ ma trận $[\tilde{k}]$ bằng cách bỏ đi hàng j , cột i .

Phương trình (6) chuyển về dạng hệ phương trình đại số tuyến tính

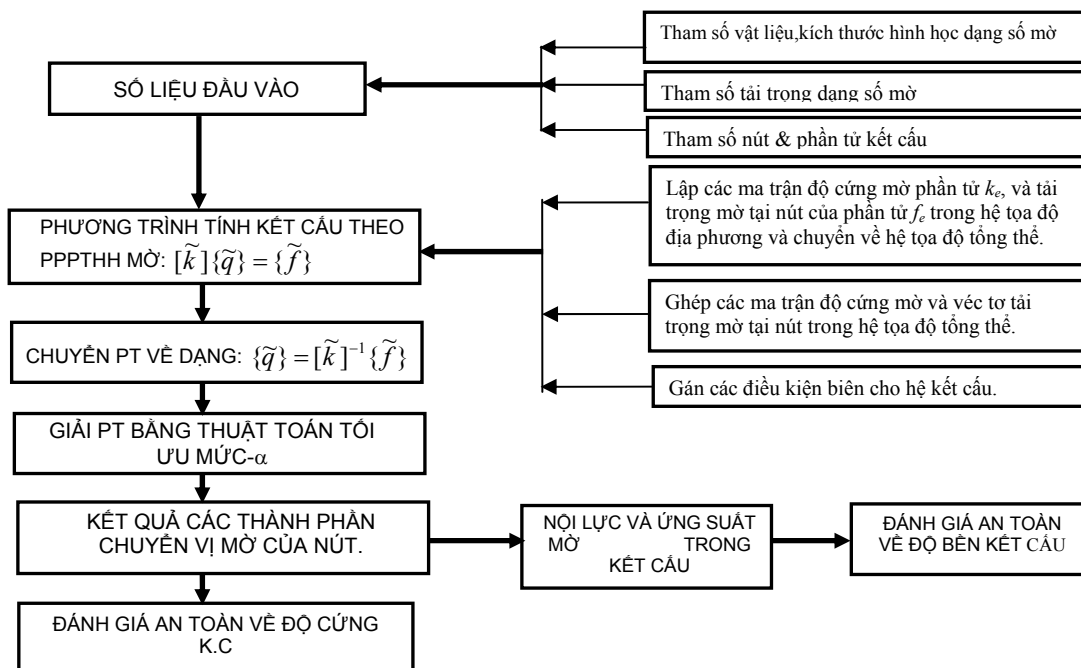
$$\begin{cases} \tilde{q}_1 = \tilde{\delta}_{11}\tilde{f}_1 + \tilde{\delta}_{12}\tilde{f}_2 + \dots + \tilde{\delta}_{1n}\tilde{f}_n \\ \tilde{q}_2 = \tilde{\delta}_{21}\tilde{f}_1 + \tilde{\delta}_{22}\tilde{f}_2 + \dots + \tilde{\delta}_{2n}\tilde{f}_n \\ \vdots \\ \tilde{q}_n = \tilde{\delta}_{n1}\tilde{f}_1 + \tilde{\delta}_{n2}\tilde{f}_2 + \dots + \tilde{\delta}_{nn}\tilde{f}_n \end{cases} \quad (7)$$

Xét phương trình thứ i của hệ phương trình (7)

$$\tilde{q}_i = \tilde{\delta}_{i1}\tilde{f}_1 + \tilde{\delta}_{i2}\tilde{f}_2 + \dots + \tilde{\delta}_{in}\tilde{f}_n \quad (8)$$

Trong phương trình (8), vế trái là thành phần chuyển vị mờ thứ i cần tìm, được xác định từ các tham số mờ $\tilde{\delta}_{ij}$ và $\tilde{f}_i$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$). Ta xem phương trình (8) như là một hàm số mờ, cần xác định biến đầu ra là $\tilde{q}_i$ theo các biến đầu vào mờ đã biết $\tilde{\delta}_{ij}$ và $\tilde{f}_i$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$). Các phương trình từ (4) đến (8) được tính toán thể hiện dưới dạng Symbolic [9], sau đó dùng *thuật toán tối ưu mức- α* để rời rạc hóa giá trị của các biến vế phải và tính toán xác định biến đầu ra $\tilde{q}_i$. Thực hiện đối với tất cả các phương trình của hệ (7), sẽ xác định được đầy đủ các thành phần chuyển vị mờ của kết cấu. Sau khi có chuyển vị mờ của các nút, về nguyên tắc ta xác định được các thành phần nội lực mờ và ứng suất mờ cho kết cấu. Nội dung chi tiết này liên quan đến phương pháp đánh giá an toàn về bền của kết cấu, do khuôn khổ bài báo, không trình bày ở đây.

3.3 Sơ đồ thuật toán



Hình 4. Sơ đồ thuật toán phân tích, đánh giá kết cấu mờ

Trên Hình 4 trình bày sơ đồ thuật toán chung gồm hai nội dung: phân tích và đánh giá kết cấu có tham số mờ.

4. Ứng dụng tính chuyển vị mờ kết cấu khung phẳng

Trong phần ứng dụng, bài báo giới hạn nội dung trình bày một thuật giải phương trình cơ bản của PTHH có tham số mờ, nên chỉ dừng lại ở bước xác định chuyển vị của kết cấu, với các tham số đầu vào mờ cho trước.

a. Số liệu đầu vào

Một kết cấu khung phẳng chịu tải trọng như trên Hình 5. Các thanh có cùng kích thước tiết diện $b \times h$, mô đun đàn hồi E . Yêu cầu xác định các thành phần chuyển vị của nút khung khi các đại lượng b , h , E và tải trọng P , q là các số mờ tam giác với các giá trị cận dưới, trung tâm và cận trên được cho như sau:

$$\tilde{l} = (l^L, l^C, l^U) = (27, 30, 33) \text{ cm}; \quad \tilde{E} = (E^L, E^C, E^U) = (2.34, 2.6, 2.86) 10^3 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\tilde{b} = (b^L, b^C, b^U) = (18, 20, 22) \text{ cm};$$

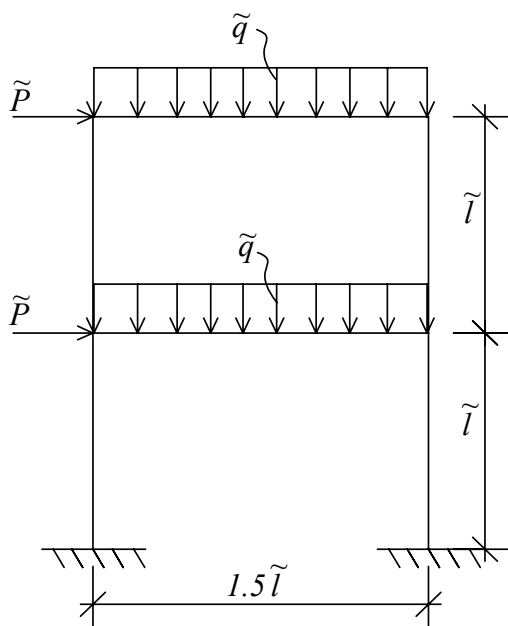
$$\tilde{h} = 2\tilde{b} \text{ cm}; \quad \tilde{q} = (q_1^L, q_1^C, q_1^U) = (0.135, 0.15, 0.165) \text{ kN/cm};$$

$$\tilde{P} = (\tilde{q} \cdot \tilde{l}) / 2 \text{ kN};$$

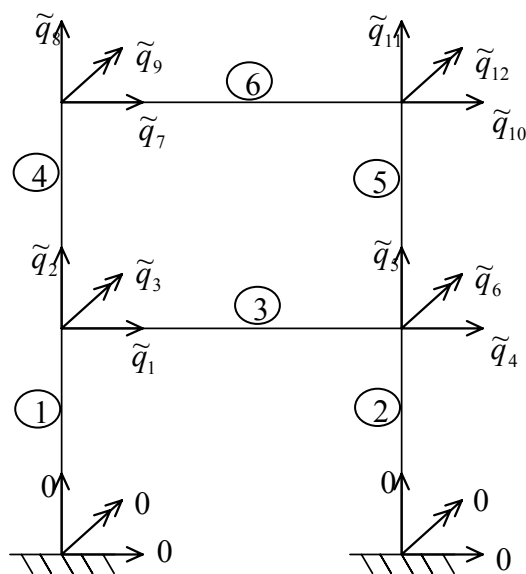
b. Tính toán

+ Đánh số phần tử, số nút và hệ tọa độ như trên Hình 6.

+ Để đơn giản, không đánh số thành phần vector chuyển vị mà ghi kết quả xử lý điều kiện biên tại hai ngàm.



Hình 5. Sơ đồ tính kết cấu



Hình 6. Sơ đồ phân tử kết cấu khung

Thực hiện tính toán theo sơ đồ thuật toán giải phương trình PTHHM, kết quả cho trên Bảng 2 như sau:

Bảng 2. Kết quả tính toán chuyển vị nút hệ kết cấu khung

Chuyển vị mờ	q^L (Cận dưới)	q^C (Trung tâm) và kết quả tính theo PTHH(.)	q^U (Cận trên)
$\tilde{q}_1$	0.1237	0.3361 (0.3460)	0.9145
$\tilde{q}_2$	-0.0109	-0.0060 (-0.0060)	-0.0033
$\tilde{q}_3$	0.0005	0.0012 (0.0015)	0.0030
$\tilde{q}_4$	0.1233	0.3354 (0.3450)	0.9132
$\tilde{q}_5$	-0.0246	-0.0135 (-0.0135)	-0.0074
$\tilde{q}_6$	0.0003	0.0008 (0.0008)	0.0020
$\tilde{q}_7$	0.2478	0.6709 (0.6890)	1.8208
$\tilde{q}_8$	-0.0174	-0.0095 (-0.0096)	-0.0052
$\tilde{q}_9$	0.0004	0.0010 (0.00106)	0.0025
$\tilde{q}_{10}$	0.2451	0.6659 (0.6840)	1.8118
$\tilde{q}_{11}$	-0.0359	-0.0197 (-0.0197)	-0.0108
$\tilde{q}_{12}$	0.00006	0.00014 (0.00014)	0.00034

Để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán, ta sử dụng bộ số liệu đầu vào tương ứng với giá trị trung tâm của các số mờ và tính lại bằng phần mềm SAP-2000. Trên Bảng 2, các số liệu ghi trong ngoặc (.) tại cột thứ ba là kết quả tính bằng phần mềm SAP-2000 tương ứng với các tham số tổ là giá trị trung tâm của tất cả các tham số đầu vào mờ đã cho. Hai kết quả tính này xấp xỉ nhau, sai số không đáng kể.

5. Kết luận

Thuật toán PTHH trong trường hợp các tham số bên trong kết cấu và tải trọng là các đại lượng mờ dẫn đến việc giải phương trình hoặc hàm số chứa các hệ số mờ và biến mờ. Đây là vấn đề phức tạp cần công cụ toán hỗ trợ, liên quan đến kỹ thuật tính toán mờ. Thuật toán đề xuất trên cơ sở vận dụng phương pháp tối ưu mức anpha với sự trợ giúp của phần mềm Maple 13 để giải phương trình cơ bản của phương pháp phần tử hữu hạn với một số tham số mờ thuộc về kết cấu cũng như tải trọng ngoài là một cách làm hiệu quả.

Thuật toán được áp dụng tính chuyển vị mờ của kết cấu khung phẳng với các tham số mờ là các tải trọng P , q , chiều dài L , các đặc trưng hình học mặt cắt ngang A , I được tính từ b , h và mô đun đàn hồi vật liệu E . Tuy nhiên, cũng có thể mở rộng, thêm số lượng tham số mờ của hệ kết cấu nếu cần. Ví dụ trường hợp hệ có liên kết mờ, tải trọng mờ phụ thuộc thời gian, mà trong phạm vi bài này không xem xét.

Cách kiểm tra thuật toán đề xuất bằng thuật toán PTHH với đầu vào là tập giá trị trung tâm của các số mờ, so sánh với kết quả tính theo phương pháp PTHH, tương ứng với các giá trị trung tâm của chuyển vị mờ tìm được. Trường hợp số mờ hình thang, phép kiểm tra phải thực hiện trên hai giá trị: biên trái và biên phải của tập cắt ứng với mức anpha bằng đơn vị. Cách làm này dựa trên quan niệm xem giá trị trung tâm như số tổ và số tổ là một trường hợp riêng của số mờ tương ứng.

Kết quả tính bằng PTHHM theo thuật toán đề xuất cho giá trị đầu ra chuyển vị nút của kết cấu là những số mờ có biên độ rộng hơn không đáng kể so với biên độ của tham số mờ đầu vào. Ưu điểm này có được là do sử dụng thuật toán tối ưu mức anpha. Khi cho trước chuyển vị cho phép, để đánh giá độ tin cậy mờ về độ cứng của kết cấu, ta có thể sử dụng phương pháp tỷ số diện tích nêu trong [5,6]. Đặc điểm của thuật toán là nghiệm bài toán, phải sử dụng phần mềm Symbolic, đưa về dạng biểu thức như các hàm có hệ số và biến số là các đại lượng mờ. Điều này không dễ đối với bài toán có số bậc tự do cao và khi xét đến cản. Đó cũng là hạn chế của cách giải này đối với bài toán động lực học kết cấu.

Tài liệu tham khảo

1. Amit Kumar, Abhinav Bansal (2010), *A new Approach for Solving Fully Fuzzy Linear Systems*, School of Mathematics and Computer Applications, Thapar University, Patiala-147004 India.
2. M. Hadi Mashinchi, M. Rena Mashinchi and all, (2007), "A Genetic Algorithm Approach for Solving Fuzzy Linear and Quadratic Equations", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 28.
3. Bend Moller, Wolfgang Graf, Michael Beer (2003), "Safety Assessment of Structure in View of Fuzzy Randomness", *Institute of Structural Analysis*, Dresden University of Technology, Dresden Germany.
4. D.Vandepitte, W.Teichert (2004), *Application of The Fuzzy Finite Element Method in Structural Dynamics*, Department of Mechanical Engineering, Division PMA, K.U.Leuven, Belgium.
5. Lê Xuân Huỳnh, (2006), "Ứng dụng lý thuyết tập mờ đánh giá mức độ an toàn của kết cấu", *Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc về Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ VIII*.
6. Lê Xuân Huỳnh, Lê Công Duy, (2006), "Một phương pháp đánh giá độ tin cậy mờ của kết cấu khung", *Tạp chí Xây dựng*.
7. Trần Ích Thịnh, Ngô Như Khoa (2007), *Phương pháp Phần tử hữu hạn*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
8. Võ Như Cầu (2005), *Tính kết cấu theo phương pháp Phần tử hữu hạn*, Nxb Xây dựng.
9. Phan Đức Châu (2005), *Sử dụng Maple trong toán sơ cấp và toán cao cấp*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
10. Trần Đức Trung, Nguyễn Việt Hùng (2004), *Phương pháp Phần tử hữu hạn - Các ví dụ trên máy tính*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
11. Nguyễn Hoài Sơn, Vũ Như Phan Thiện, Đỗ Thanh Việt (2001), *Phương pháp Phần tử hữu hạn với MATLAB*, Nxb Quốc gia TP Hồ Chí Minh.
12. Nguyễn Như Phong (2008), *Tính toán mềm và ứng dụng*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật.