TÍNH TOÁN UỐN VÀ DAO ĐỘNG TẤM COMPOSITE GẤP NẾP BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

Trần Ích Thịnh[1], Trần Minh Tú[2], Bùi Văn Bình[3*]

[1]*Bộ môn Cơ học Vật liệu, Trường ĐH Bách khoa, Hà Nội, Việt Nam*

[2]*Bộ môn Sức bền Vật liệu, Trường ĐH Xây dựng, Hà Nội, Việt Nam*

[3]*Khoa Công nghệ cơ khí, Trường ĐH Điện lực, Hà Nội, Việt Nam*

[*]Email: *binhphuongduc@yahoo.com*

Đến Toà soạn ngày: 22/2/2011; Nhận đăng ngày: 17/12/1011

1. GIỚI THIỆU

Kết cấu composite lớp dạng gấp nếp ngày càng được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật như: thân tầu, các dầm hộp, các tòa nhà, cửa cống, mái che,... bởi khả năng chịu tải, độ bền và độ cứng riêng cao, chịu được ăn mòn và chống va đập tốt.

Ứng xử cơ học của các kết cấu tấm gấp nếp đã được nghiên cứu với nhiều cách tiếp cận khác nhau. Goldberg và Leve [1] đã phát triển phương pháp tính toán dựa trên lí thuyết đàn hồi, và sau này được De Fries-Skene và Scordelis [2] sửa đổi và áp dụng để tính toán tấm gấp nếp bằng phương pháp độ cứng trực tiếp (direct stiffness solution). Mặc dù phương pháp này phổ biến và có tính chính xác nhưng rất khó áp dụng cho các kết cấu gấp nếp nhiều lần hoặc khi phân tích động lực học của chúng. Cheung [3] sử dụng phương pháp dải hữu hạn để phân tích dầm hình lăng trụ và dầm hộp dạng tấm gấp. Liu và Huang [4] đã sử dụng phương pháp ma trận truyền kết hợp với phương pháp phần tử hữu hạn để giải các bài toán tấm gấp một lần và gấp hai lần dựa trên lí thuyết tấm cổ điển. Lee và các cộng sự [5] đã phân tích bài toán đáp ứng động lực học của dầm hộp bê tông chịu tải trọng thay đổi, … Tất cả các nghiên cứu trên đều dừng lại ở các kết cấu bằng vật liệu đẳng hướng.

Suresh và Malhotra [6] nghiên cứu bài toán dao động riêng của dầm composite sử dụng phần tử tứ giác bốn nút với năm bậc tự do cho mỗi nút.

Gần đây, Peng L. X.; S. Kitipornchai và Liew K. M. [7] sử dụng phương pháp không lưới (meshless method) để tính toán uốn tấm gấp nếp làm bằng vật liệu đẳng hướng khi có gân gia cường và khi không có gân gia cường. Kết quả tính của tác giả này được so sánh với các kết quả tính bằng Ansys.

Haldar S. và Sheikh A. H. [8] nghiên cứu phương pháp phân tích dao động riêng của tấm đẳng hướng và tấm composite có dạng gấp nếp. Trong đó, các tác giả sử dụng phần tử tam giác 16 nút với 65 bậc tự do cho mỗi phần tử (phần tử siêu tham số-superparametric element) dựa trên lí thuyết tấm bậc nhất của Reissner-Mindlin. Các hàm nội suy chuyển vị rất khó xác định

Trong bài báo này, các tác giả dựa trên lí thuyết tấm của Reissner-Mindlin đã xây dựng chương trình PTHH nhằm giải quyết bài toán uốn và dao động riêng của tấm composite lớp dạng gấp nếp với trật tự xếp lớp và góc gấp khác nhau. Phần tử tứ giác đẳng tham số 8 nút, mỗi nút có

5 bậc tự do được sử dụng. Kết quả tính toán số được so sánh với các kết quả độc lập khác để khẳng định độ tin cậy của thuật toán và chương trình tính.

2. CƠ SỞ LÍ THUYẾT

2.1. Trường chuyển vị và biến dạng

Trường chuyển vị

Theo Mindlin, các thành phần chuyển vị u, v, w của tấm được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y) + z\theta_x(x,y) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y) + z\theta_y(x,y) \\ w(x,y,z) &= w_0(x,y) \end{aligned} \tag{1}$$

trong đó: u_0, v_0 và w_0 là các thành phần chuyển vị của điểm trên mặt trung bình ($z = 0$) theo các phương x, y và z; θ_x và θ_y lần lượt là góc xoay của pháp tuyến mặt trung bình quanh các trục y và x.

Trường biến dạng

Trường biến dạng được xác định từ trường chuyển vị:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{xx} = \varepsilon^0_{xx} + z\kappa_x \qquad \varepsilon_{yy} = \varepsilon^0_{yy} + z\kappa_y \qquad \varepsilon_{zz} = 0 \\ &\gamma_{xy} = \gamma^0_{xy} + z\kappa_{xy} \qquad \gamma_{yz} = \gamma^0_{yz} \qquad \gamma_{xz} = \gamma^0_{xz} \end{aligned} \tag{2}$$

$\{\varepsilon^0\} = \{\varepsilon^0_{xx}\ \varepsilon^0_{yy}\ \gamma^0_{xy}\}^{\mathrm{T}}$ là véc tơ biến dạng màng,

$\{\kappa\} = \{\kappa_x \quad \kappa_y \quad \kappa_{xy}\}^{\mathrm{T}}$ là véc tơ độ cong uốn và xoắn,

$\{\gamma^0\} = \{\gamma^0_{yz} \quad \gamma^0_{xz}\}^{\mathrm{T}}$ là véc tơ biến dạng cắt.

Phương trình biểu diễn quan hệ giữa các thành phần nội lực và các thành phần biến dạng của mặt trung bình của tấm nhiều lớp được viết dưới dạng:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [0] \\ [B] & [D] & [0] \\ [0] & [0] & [F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{\kappa\} \\ \{\gamma^0\} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

trong đó,

$$\left(\left[A_{ij}\right], \left[B_{ij}\right], \left[D_{ij}\right] \right) = \sum_{k=1}^{n} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left(\left[Q'_{ij}\right]_k \right) \left(1, z, z^2\right) dz \qquad i, j = 1, 2, 6 \tag{4}$$

$$\left[F\right] = \sum_{k=1}^{n} f \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left(\left[C'_{ij}\right]_k \right) dz \qquad f = 5/6; \qquad i, j = 4, 5 \tag{5}$$

n: số lớp composite, h_{k-1}, h_k lần lượt là khoảng cách từ mặt trung bình của tấm đến mặt dưới và mặt trên của lớp thứ k; $[Q'_{ij}]$ và $[C'_{ij}]$ là các ma trận độ cứng thu gọn (tính theo [10]).

2.2. Phần tử tấm

Sử dụng phần tử tứ giác đẳng tham số tám nút, mỗi nút có 5 bậc tự do, các thành phần chuyển vị của một điểm trong phần tử được biểu diễn theo hàm dạng và chuyển vị nút phần tử:

$$u_0 = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta).u_i \;;\; v_0 = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta).v_i \;;\; \mathrm{w}_0 = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta).w_i$$
$$\theta_x = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta).\theta_{xi} \qquad \theta_y = \sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta).\theta_{yi} \tag{6}$$

Ma trận độ cứng của phần tử:

$$\left[K^{'}\right] = \int_{V_e} \left(\left[B\right]^{\mathrm{T}}\right)\left[H\right]\left[B\right]dV_{\mathrm{e}} \tag{7}$$

Với: $\left[H\right] = \begin{bmatrix} [A] & [B] & 0 \\ [B] & [D] & 0 \\ 0 & 0 & [F] \end{bmatrix}$: Ma trận độ cứng vật liệu.

Ma trận khối lượng phần tử:

$$\left[M^{'}\right] = \int_{A_e} \rho\left[N_i\right]^{\mathrm{T}}\left[N_i\right]dA_{\mathrm{e}} \tag{8}$$

Véctơ lực nút phần tử của tải trọng phân bố đều:

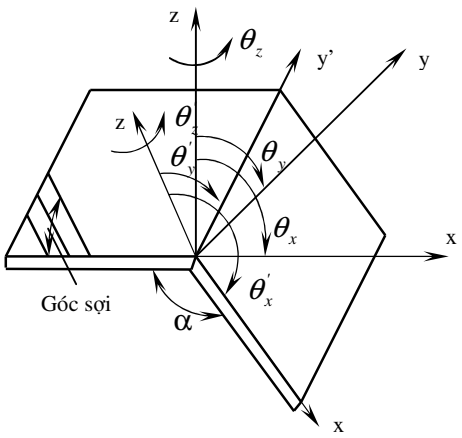
$$\left\{F^{'}\right\}_e = \int_{A_e} \left[N_i\right]^{\mathrm{T}} q dA_{\mathrm{e}} \tag{9}$$

trong đó: ρ là khối lượng riêng lớp thứ *k;* $\left[N_i\right]$: ma trận các hàm dạng, q là cường độ lực phân bố trên phần tử.

2.3. Phần tử tấm gấp nếp

Vì các phần tử tấm gấp có phương khác nhau (phương véctơ pháp tuyến của mặt phẳng) nên biến dạng uốn trong phần tử này có thể gây ra biến dạng trong mặt phẳng cho phần tử kế tiếp. Do đó, trước khi ghép nối các ma trận độ cứng phần tử, ma trận khối lượng phần tử, véctơ lực nút phần tử, tác giả đã gán thêm góc xoắn θ_z vào véctơ chuyển vị nút phần tử (bậc tự do thứ sáu của nút phần tử). Các chuyển vị và góc xoay của mỗi phần tử trong hệ tọa độ địa phương được chuyển đổi sang hệ tọa độ chung theo quan hệ như sau:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix}_e = \begin{bmatrix} l_{x'x} & l_{y'x} & l_{z'x} & 0 & 0 & 0 \\ l_{x'y} & l_{y'y} & l_{z'y} & 0 & 0 & 0 \\ l_{x'z} & l_{y'z} & l_{z'z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{y'y} & -l_{x'y} & l_{z'y} \\ 0 & 0 & 0 & -l_{y'x} & l_{x'x} & -l_{z'x} \\ 0 & 0 & 0 & l_{y'z} & -l_{x'z} & l_{z'z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^{'} \\ v^{'} \\ w^{'} \\ \theta_x^{'} \\ \theta_y^{'} \\ \theta_z^{'} \end{Bmatrix}_e \tag{10}$$



Hình 1. Hệ trục tọa độ chung (x,y,z) và địa phương(x',y'z') của phần tử tấm gấp nếp

Biểu diễn dưới dạng thu gọn:

$$\{u\} = [T]\{u'\} \tag{11}$$

trong đó: $[T]$ là ma trận chuyển đổi hệ trục tọa độ; l_{ij} : là các cosin chỉ phương giữa các trục của hệ trục tọa độ chung và các trục của hệ trục tọa độ địa phương tương ứng.

Như vậy, ma trận độ cứng, ma trận khối lượng và véctơ tải của phần tử trong hệ tọa độ tổng thể được viết lại như sau:

$$[K]_e = [T]^T \left[K'\right]_e [T]; \quad [M]_e = [T]^T \left[M'\right]_e [T]; \quad [F]_e = [T]^T \{F'\}_e \tag{12}$$

Trong bài toán tính tần số dao động riêng, phương trình được sử dụng có dạng:

$$[\mathrm{M}]\{\ddot{\mathrm{x}}\} + [\mathrm{K}]\{\mathrm{x}\} = 0 \tag{13}$$

Nghiệm của phương trình (13) có dạng:

$$\{\mathrm{x}(\mathrm{t})\} = \{\phi\} e^{i\omega t} \tag{14}$$

Với $\{\phi\}$, ω lần lượt là véctơ riêng và tần số riêng tương ứng của hệ.

Thay phương trình (14) vào phương trình (13), ta có phương trình được sử dụng để xác định tần số riêng ω có dạng:

$$\left\{-\omega^2 [\mathrm{M}] + [\mathrm{K}]\right\} = \{0\}. \tag{15}$$

Trong bài toán tĩnh, bỏ qua thành phần gia tốc trong phương trình (13), ta có:

$$[\mathrm{K}]\{\mathrm{x}\} = \{\mathrm{F}\} \tag{16}$$

Với: $[\mathrm{M}], [K], \{\mathrm{x}\}, \{\mathrm{F}\}$ lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận độ cứng, véctơ chuyển vị nút, véctơ tải trọng tổng thể.

3. KẾT QUẢ SỐ

Từ mô hình PTHH đã xây dựng ở trên, chương trình tính bằng MATLAB đã được thiết lập nhằm thực hiện tính toán số các lớp bài toán tấm composite lớp có dạng gấp nếp. Kết quả số thực hiện nhằm kiểm chứng độ tin cậy của thuật toán và mô hình tính, sự hội tụ của kết quả; đánh giá ảnh hưởng của góc gấp nếp, góc sợi đến tần số dao động riêng, khả năng chịu uốn của tấm gấp nếp composite lớp dưới tác dụng của tải trọng uốn. Các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng cho phần tử được tính toán bằng phép cầu phương Gauss.

3.1. Kiểm tra độ tin cậy của thuật toán và chương trình

Tấm dạng gấp nếp làm bằng vật liệu đẳng hướng với: $E = 2\times10^9$ Pa; $\upsilon = 0,3$. Độ võng của tấm chịu uốn và tần số dao động riêng được so sánh với kết quả thu được bởi nghiên cứu của Cheung Y. K. [4] (sử dụng phương pháp ma trận truyền kết hợp phần tử hữu hạn), Liew K. M. [7] (sử dụng phương pháp không lưới-meshless method) và S. Haldar [8] (sử dụng phần tử siêu tham số- superparametric element).

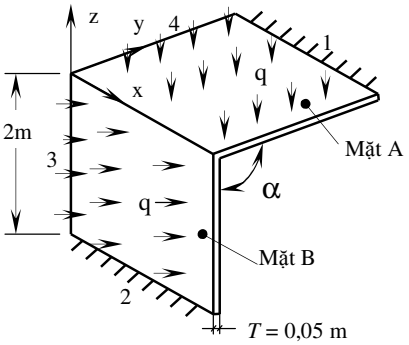
Bài toán 1*: Tấm gấp nếp chịu uốn, vật liệu đẳng hướng*

Xét tấm gấp nếp một lần với góc gấp là $\alpha = 90^o$ có hai mặt A, B hình vuông, kích thước mỗi cạnh bằng 2 *m*. Tải trọng phân bố đều *q = 10* Pa theo phương vuông góc với các mặt A, B (hình 2). Độ dày tấm t = 0,05 m.

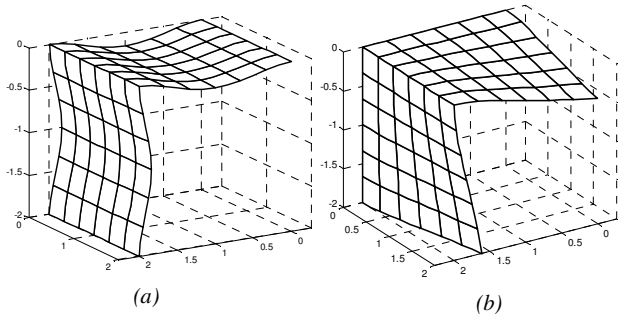
Các giá trị độ võng tại một số điểm dọc theo đường y = 1 m của tấm A trong trường hợp ngàm tại hai cạnh 1, 2 và ngàm tại hai cạnh 3, 4 so sánh với [7] được trình bày trong bảng 1. Hình dạng của tấm gấp nếp sau khi chịu tải cho các trường hợp đang xét biểu diễn trên hình 3.

Bảng 1. Độ võng tại mặt cắt y = 1 m của tấm A. $\% = \left|\dfrac{TG-[7]}{[7]}\right| 100$

	Tọa độ*(m)*	Tác giả(TG)	[7]	Chênh lệch
Ngàm tại cạnh 1,2	x = 1	-0,001202	-0,0012	0,17%
Ngàm tại cạnh 3,4	x = 0,5	-0,001426	-0,001442	1,11%
	x = 1	-0,004190	-0,004118	1,75%
	x = 1,5	-0,007046	-0,006947	1,42%
	x = 2	-0,009723	-0,009691	0,33%



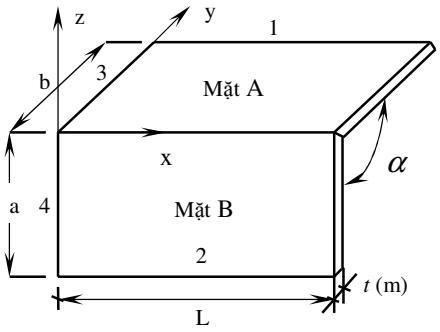
Hình 2. Tấm gấp một lần, $\alpha = 90^o$



Hình 3. Hình dạng tấm sau khi chịu tải.
(a)- Ngàm tại cạnh 1,2
(b)- Ngàm tại cạnh 3,4

Bài toán 2: *Dao động riêng của tấm gấp nếp, vật liệu đẳng hướng*

Xét tấm gấp nếp như hình 4 cạnh 1, 2 có kích thước L = 1 m, các cạnh 3, 4 có kích thước là a = b = 0,5 L, độ dày t = 0,02 m.



Hình 4. Tấm gấp nếp một lần với góc gấp α

So sánh năm tần số dao động riêng đầu tiên của tấm dưới dạng không thứ nguyên với [4], [8] được trình bày trong bảng 2 với các trường hợp chia lưới khác nhau và góc gấp nếp $\alpha = 90^o, 120^o, 150^o$.

Bảng 2. Năm tần số dao động riêng đầu tiên dạng không thứ nguyên: $\lambda_i = \omega_i L\sqrt{\left(\rho\left(1-\nu^2\right)/E\right)}$.

Góc gấp	Lưới	Nguồn	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
$\alpha = 90^o$		[4]	0,0492	0,0978	0,1835	0,2147	0,3516
	8×8	[8]	0,0485	0,0950	0,1771	0,2062	0,3381
	10×10	[8]	0,0488	0,0956	0,1784	0,2071	0,3407
	8×8	Tác giả	0,0472	0,0959	0,1735	0,2037	0,3420
	10×10	Tác giả	0,0471	0,0959	0,1732	0,2035	0,3417
$\alpha = 120^o$		[4]	0,0492	0,0950	0,1837	0,2132	0,3038
	8×8	[8]	0,0487	0,0930	0,1772	0,2046	0,2848
	10×10	[8]	0,0489	0,0934	0,1786	0,2059	0,2860
	8×8	Tác giả	0,0472	0,0929	0,1735	0,2019	0,2857
	10×10	Tác giả	0,0471	0,0929	0,1734	0,2017	0,2855
$\alpha = 150^o$		[4]	0,0493	0,0826	0,1838	0,2008	0,2256
	8×8	[8]	0,0487	0,0800	0,1772	0,1865	0,2158
	10×10	[8]	0,0488	0,0802	0,1787	0,1885	0,2176
	8×8	Tác giả	0,0472	0,0793	0,1736	0,1868	0,2140
	10×10	Tác giả	0,0471	0,0793	0,1734	0,1867	0,2138

Các kết quả trong bảng 1 và 2 cho thấy thuật toán và chương trình tính của tác giả là đáng tin cậy khi so sánh với kết quả trong nghiên cứu của [7] và [4, 8]. Lưới 8×8 cho kết quả hội tụ. Các giá trị về độ võng chênh lệch lớn nhất là 1,75%, các giá trị về tần số dao động riêng chênh lệch lớn nhất là 6,23% .

3.2. Tấm composite lớp có dạng gấp nếp chịu uốn

Xét tấm composite lớp gấp nếp một lần, có kích thước các cạnh như trong bài toán 2 (hình 4), độ dày của tấm là t = 0,01 m. Cơ tính vật liệu như bảng 3 [8]. Tấm gồm 4 lớp với cấu hình $\left(0^0/90^0/0^0/90^0\right)$, kí hiệu $\left(0^0/90^0\right)_2$, độ dày các lớp như nhau.

Tấm chịu tải phân bố đều q = 1000 Pa, vuông góc với hai mặt A và B.

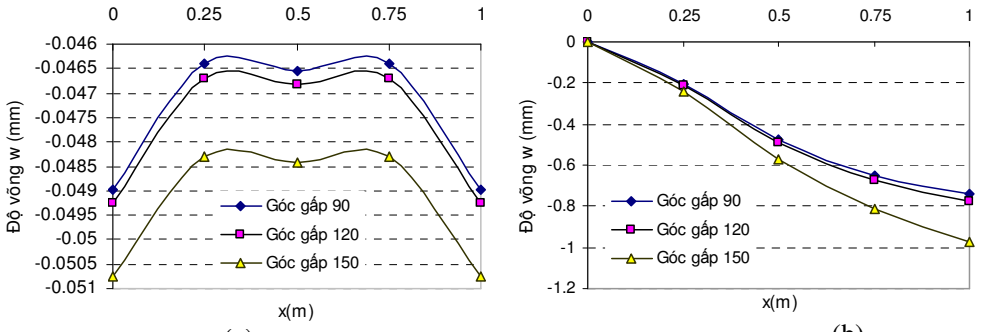
Các giá trị độ võng tại một số điểm trong trường hợp ngàm tại hai cạnh 1, 2 và ngàm tại hai cạnh 3, 4 dọc theo đường y = 0,25 m của mặt A được trình bày trong bảng 4 . Đồ thị độ võng của mặt A với các trường hợp góc gấp nếp $\alpha = 90^0, 120^0, 150^0$ biểu diễn trên hình 5. Hình dạng của tấm sau khi chịu tải mô tả bởi hình 6.

Bảng 3. Cơ tính vật liệu composite ([8])

$E_1\,(GPa)$	$E_2\,(GPa)$	$G_{12}\,(GPa)$	$G_{23}\,(GPa)$	$G_{13}\,(GPa)$	υ_{12}	υ_{21}	$\rho\,(kg/m^3)$
60,7	24,8	12,0	12,0	12,0	0,23	0,23	1300

Bảng 4. Độ võng của tấm tại một số điểm dọc theo đường y = 0,25 m với hai trường hợp điều kiện biên: Ngàm tại hai cạnh 1, 2 và ngàm tại hai cạnh 3, 4

x *(m)*	Độ võng **w** *(mm)* Ngàm tại cạnh 1, 2			Độ võng **w** *(mm)* Ngàm tại cạnh 3, 4		
	$\alpha = 90^o$	$\alpha = 120^o$	$\alpha = 150^o$	$\alpha = 90^o$	$\alpha = 120^o$	$\alpha = 150^o$
0	-0,04897	-0,04924	-0,05074	0	0	0
0,25	-0,04641	-0,04670	-0,04829	-0,2060	-0,2109	-0,2382
0,5	-0,04654	-0,04684	-0,04842	-0,4780	-0,4928	-0,5731
0,75	-0,04641	-0,04670	-0,04829	-0,6484	-0,6737	-0,8119
1	-0,04897	-0,04924	-0,05074	-0,7420	-0,7776	-0,9719

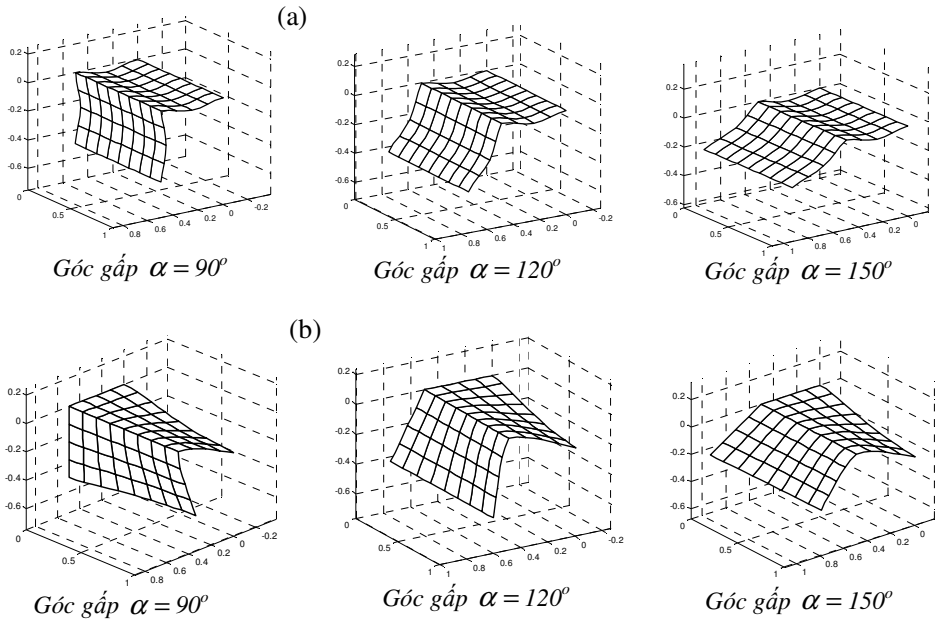


(a) (b)

Hình 5. Đồ thị độ võng của tấm A dọc theo đường y = 0,25 m, $(0^o/90^o)_2$

(a)- Ngàm tại cạnh 1, 2

(b)- Ngàm tại cạnh 3, 4



*Hình 6.*Tấm sau khi chịu tải ứng với điều kiện biên và góc gấp α khác nhau, khi t = 0,01 (m),cấu hình lớp $(0^o/90^o)_2$: (a): Ngàm tại 1,2; (b): Ngàm tại 3,4

Nhận xét:

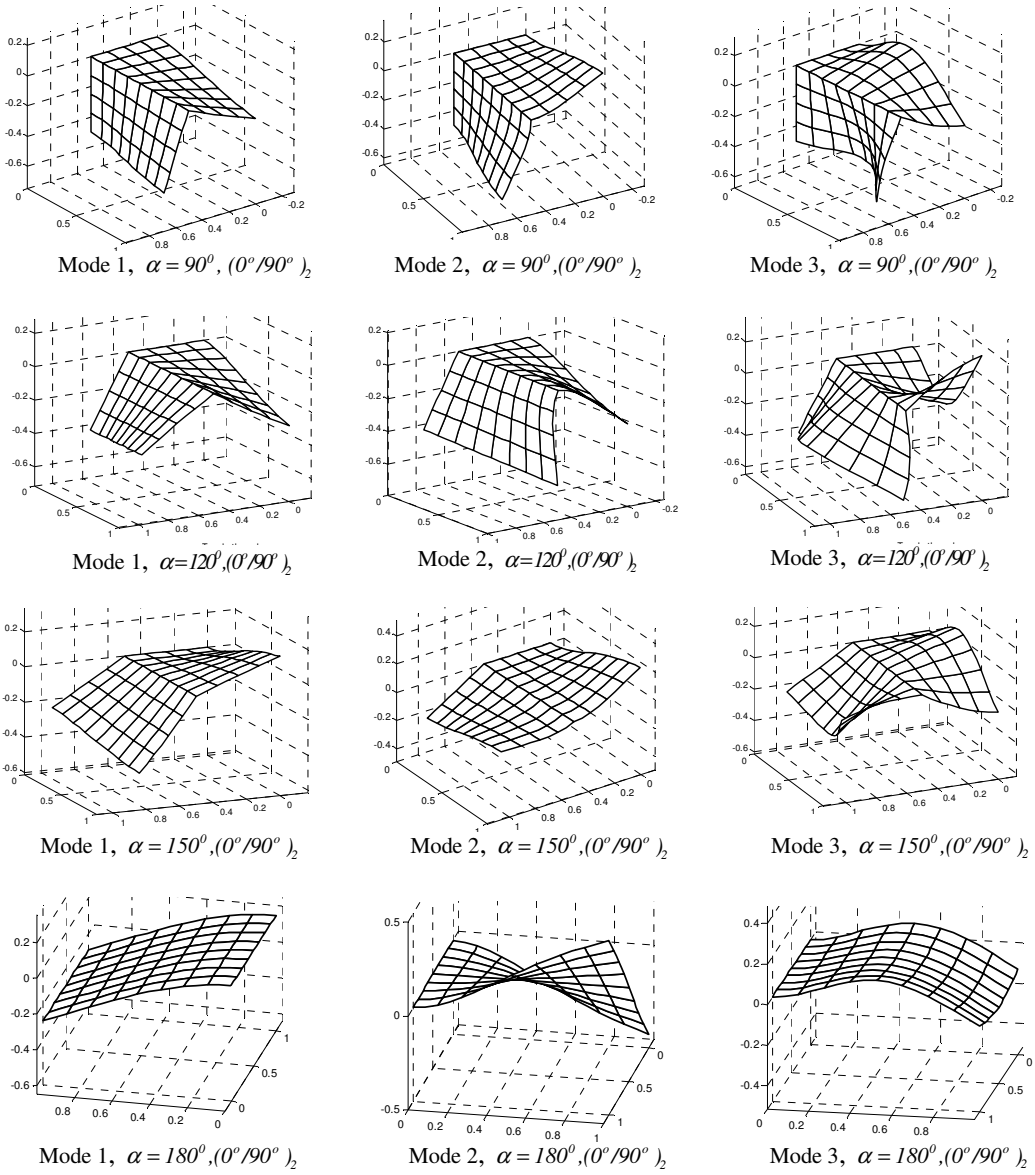
Bảng 4 và hình 5 cho thấy khi góc gấp $\alpha = 90^o, 120^o$, độ võng của tấm không thay đổi nhiều khi chịu tải và nhỏ hơn khoảng 3,5% so với trường hợp góc gấp là 150^o. Vùng gần với cạnh tự do có độ võng lớn hơn so với bên trong tấm do ảnh hưởng của việc gấp nếp. Góc gấp nếp ảnh hưởng đáng kể đến khả năng chịu uốn của tấm composite dạng gấp nếp. Trong trường hợp chịu tải uốn đang xét, tấm với $\alpha = 90^o$ chịu uốn tốt nhất, tấm với $\alpha = 150^o$ chịu uốn kém hơn.

3.3. Tính tần số dao động riêng của tấm composite gấp nếp

Xét tấm composite lớp dạng gấp nếp có kích thước như hình 4, đặc trưng vật liệu như trong bảng 3, điều kiện biên ngàm hai cạnh 3 và 4, độ dày của tấm t = 0,01 m. Để đảm bảo tính hội tụ của kết quả số, lưới 8×8 được sử dụng khi tính toán.

3.3.1. Khảo sát ảnh hưởng của góc gấp nếp α đến tần số dao động riêng của tấm

Cấu hình của tấm composite lớp $\left(0^0/90^0/0^0/90^0\right)$, với các góc gấp $\alpha = 90^0, 120^0, 150^0, 180^0$ (tấm phẳng), kết quả tính năm tần số riêng đầu tiên được thể hiện trong bảng 5, các dạng dao động riêng được biểu diễn trên hình 7.



Hình 7. Ba dạng dao động riêng đầu tiên của tấm gấp nếp ($0^o/90^o/0^o/90^o$),với t = 0,01 m

Bảng 5. Tần số dao động riêng (Hz) khi ngàm tại cạnh 3 và cạnh 4, $(0^o/90^o)_2$

Góc gấp	Cấu hình	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
$\alpha = 90^o$	$(0^o/90^o)_2$	20.645	43.745	77.426	91.449	168.101
$\alpha = 120^o$	$(0^o/90^o)_2$	20.639	43.441	74.048	91.294	168.588
$\alpha = 150^o$	$(0^o/90^o)_2$	20.632	41.801	77.391	90.497	146.531
$\alpha = 180^o$(Phẳng)	$(0^o/90^o)_2$	9.183	20.646	57.231	68.963	77.464

Nhận xét:

Bảng 5 cho thấy đối với cùng góc phương sợi, cùng độ dày, tần số dao động của tấm phẳng có giá trị thấp hơn rất nhiều so với các tấm gấp nếp.

Khi góc gấp thay đổi $(\alpha = 90^0, 120^0, 150^0)$, tần số dao động đầu tiên luôn có giá trị gần bằng nhau. Khi góc gấp $\alpha = 90^0$ và $\alpha = 120^0$, tần số dao động của mode 2, mode 4, mode5 không thay đổi nhiều, trong khi tần số của mode 3 tăng nhanh khi góc α giảm từ $\alpha = 120^0$ xuống $\alpha = 90^0$. Khi góc $\alpha = 150^0$ tần số dao động của các mode 1, mode 2, mode 4, mode 5 nhỏ hơn tần số dao động của các mode tương ứng khi $\alpha = 90^0$ và $\alpha = 120^0$.

3.3.2. Khảo sát ảnh hưởng của góc phương sợi đến tần số dao động riêng của tấm composite gấp nếp

Năm tần số dao động riêng đầu tiên của tấm composite lớp dạng gấp nếp với các cấu hình lớp $(45^o/-45^o)_2$ và $(30^o/-30^o)_2$ thể hiện trong bảng 6.

Bảng 6. Tần số dao động riêng (Hz) khi ngàm tại cạnh 3 và cạnh 4.
Với L = 1 m; a = b = 0,5 L, t = 0,01 m, $(45^o/-45^o)_2$ và $(30^o/-30^o)_2$

Góc gấp	Cấu hình	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
$\alpha = 90^o$	$(45^o/-45^o)_2$	23.478	43.308	81.710	95.478	157.757
	$(30^o/-30^o)_2$	22.176	46.110	76.478	92.714	161.915
$\alpha = 120^o$	$(45^o/-45^o)_2$	23.484	42.963	81.731	95.175	158.208
	$(30^o/-30^o)_2$	22.182	45.605	76.486	92.423	161.995
$\alpha = 150^o$	$(45^o/-45^o)_2$	23.487	41.144	81.739	93.594	140.009
	$(30^o/-30^o)_2$	22.185	42.951	76.493	90.740	135.828
$\alpha = 180^o$	$(45^o/-45^o)_2$	8.370	23.528	51.405	69.122	81.926
(Phẳng)	$(30^o/-30^o)_2$	7.546	22.128	46.763	73.373	76.648

Nhận xét:

Có thể thấy rằng, tần số dao động tần số dao động của tấm phẳng luôn có giá trị thấp hơn rất nhiều so với các tấm gấp nếp. Điều đó cho thấy tấm composite lớp dạng gấp nếp có độ cứng tăng rất đáng kể so với tấm phẳng.

Với cùng một cấu hình lớp, khi góc gấp thay đổi $(\alpha = 90^0, 120^0, 150^0)$, mode 1 vẫn có tần số gần bằng nhau. Tần số ứng với mode 1, mode 3, mode 4 của tấm với cấu hình $(30^o/-30^o)_2$ nhỏ hơn tấm với cấu hình $(45^o/-45^o)_2$ khi chúng có cùng góc gấp nếp α.

Từ các kết quả của Bảng 5 và Bảng 6 cho thấy ảnh hưởng của góc gấp nếp và cấu hình lớp đến tần số dao động riêng của tấm composite lớp dạng gấp nếp là rất đáng kể.

Khi $\alpha = 180^0$ (tấm phẳng), tấm tần số dao động của mode 1 của tấm $(0^o/90^o)_2$ là lớn hơn tần số mode 1 của các tấm $(45^o/-45^o)_2$ và $(30^o/-30^o)_2$.

Khi $(\alpha = 90^0, 120^0, 150^0)$ tần số mode 1 của tấm $(0^o/90^o)_2$ lại nhỏ nhất trong khi tần số của mode 5 lại lớn nhất. Tần số dao động của mode 1 của tấm $(45^o/-45^o)_2$ lớn nhất trong khi tần số của mode 5 lại nhỏ nhất.

Với góc gấp nếp $\alpha = 150^0$, tần số dao động mode 2 của tấm $(0^o/90^o)_2$ và tấm $(45^o/-45^o)_2$ xấp xỉ bằng nhau và nhỏ hơn tần số tương ứng của tấm $(30^o/-30^o)_2$.

4. KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, bằng phương pháp phần tử hữu hạn, dựa trên cơ sở lí thuyết tấm bậc nhất của Reissner-Mindlin, các tác giả đã xây dựng được thuật toán và chương trình Matlab để giải số bài toán uốn và bài toán dao động riêng của tấm composite lớp dạng gấp nếp. Các kết quả số đã cho thấy: độ võng, tần số dao động riêng và các dạng dao động riêng của kết cấu tấm composite lớp dạng gấp nếp phụ thuộc đáng kể vào góc gấp nếp và cấu hình lớp. Do đó, khi chế tạo tấm composite lớp dạng gấp nếp cần chú ý tính toán góc gấp nếp và trật tự xếp lớp sao cho hợp lí.

Với thuật toán và chương trình Matlab đã thiết lập, ta hoàn toàn có thể triển khai các nghiên cứu tiếp theo cho các lớp bài toán tĩnh - động về kết cấu tấm composite dạng gấp nếp dạng phức tạp hơn và tấm composite lớp lượn sóng.

Tài liệu tham khảo

1. Goldberg J. E., Leve H. L. - Theory of prismatic folded plate structures, Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering **17** (1957) 59–86.
2. De Fries-Skene A., Scordelis A. C. - Direct stiness solution for folded plates, Struct. Eng. ASCE 90, 1964, pp. 15-47.
3. Cheung Y. K. - Folded plate structures by finite strip method, J. Struct. Eng. ASCE 95 , (1989) 2963-2979.
4. Liu W. H., Huang C. C. - Vibration analysis of folded plates, J. Sound Vib. **157** (1992) 123-137.
5. Lee R. C., Lee S. Y., Yhim S. S. - A study on the dynamic responses of PSC box girder bridge under the moving load, In: Proceedings of the First International Conference on Bridge Maintenance Safety and Management, Spain, 2002.
6. Suresh R., Malhotra S. K. - Vibration and damping analysis of thin-walled box beams, J. Sound Vib. **215** (1998) 201-210.
7. K. M. Liew, L. X. Peng, Kitipornchai - Bending analysis of folder plates by the FSDT meshless method, Thin-Walled Structures **44** (2006) 1138-1160.
8. Haldar S., Sheikh A. H. - Free vibration analysis of isotropic and composite folded plates using a shear flexible element, Finite elements in Analysis and Design 2005 **42** 208-226.
9. Trần Ích Thịnh, Ngô Như Khoa - Phương pháp phần tử hữu hạn, NXB Khoa học và Kỹ thuật, 2007.
10. Trần Ích Thịnh - Vật liệu Compozit-Cơ học và tính toán kết cấu, NXB Giáo dục, 1994.
11. Rao S. S. - The Finite Element Method in Engineering, Elsevier Science & Technology Books, 2004.

SUMMARY

BENDING AND VIBRATION ANALYSES OF FOLDED COMPOSITE PLATE BY FEM

This paper presented an analysis of static and free vibration of laminated composite folded plate using finite element method, based on the first order shear deformation theory. In this analysis, a sixth drilling degree of freedom (DOF) (θ_z) corresponding to the rotation about the z axis is added to the existing 5 DOF system ($u, v, w, \theta_x, \theta_y$). The effects of fibbers orientation, crank angles (folding angle) on the deflections, on natural frequencies of folded plate structures were determined. The present results have been compared with published one (where available). It is shown that concordance between the two sets of results.

Keyword. folded composite plate, finite element method, folded plate element, Mindlin theory, static and dynamic analysis, mode sharp