

PHƯƠNG PHÁP SỐ PHÂN TÍCH PHI TUYẾN VÀ DAO ĐỘNG TỰ DO KẾT CẤU CÁP

Nguyễn Vĩnh Sáng¹, Nguyễn Vũ Luật¹

Tóm tắt: Bài báo này trình bày phân tích phi tuyến hình học của kết cấu cáp dưới tác dụng của tải trọng tĩnh học như của trọng lượng bản thân và lực căng trước. Phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng công thức Lagrange kết hợp với đa thức nội suy đẳng tham số. Sơ đồ lặp Newton-Raphson với tải trọng gia tăng để xác định chuyển vị tĩnh học của kết cấu cáp. Ngoài ra, dao động tự do của kết cấu cáp này cũng được xem xét, tần số dao động tự nhiên của kết cấu cáp cũng được xác định theo phương pháp phần tử hữu hạn đẳng tham số này. Ví dụ số được trình bày để đánh giá độ chính xác và tin cậy của phương pháp này so sánh với các kết quả đã được công bố trước đây.

Từ khóa: Kết cấu cáp, phân tích phi tuyến, phân tích đàn dẻo, phương pháp phần tử hữu hạn, phần tử cáp, phi tuyến hình học, phi tuyến vật liệu, dao động tự do.

1. TỔNG QUAN

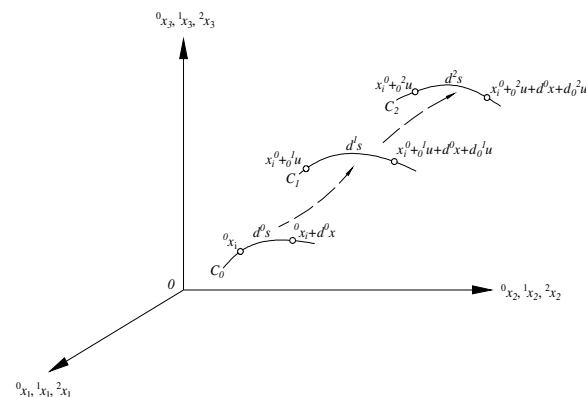
Phần tử cáp là thành phần kết cấu quan trọng trong nhiều kết cấu căng khác nhau như cầu dây cáp, công trình biển và ngoài khơi, dây gia cường cho tháp, đường dây tải điện, kết cấu mái sân vận động... Vì sự ứng xử phi tuyến cao trong phần tử này, ảnh hưởng của độ mềm và chuyển vị lớn trong cáp nên được xem xét trong việc thiết lập phương trình cân bằng. Có hai loại phần tử cáp, phần tử dây văng với độ võng nhỏ và phần tử dây văng với độ võng lớn. Cáp nông được định nghĩa bởi cáp có tỷ số độ võng trên chiều dài nhịp nhỏ hơn 1:8 theo (Irvine HM, 1981). Mặc dù sơ đồ thực của cáp có dạng dây văng, hình dạng của một phần tử cáp nông có thể được xem như một dạng parabol. Nhìn chung, hai phương pháp chính có thể được sử dụng để thiết lập phần tử cáp: (1) phương pháp phân tích dựa trên biểu thức giải tích chính xác của phần tử dây văng và (2) phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên hàm đa thức nội suy.

Trong bài báo này, phần tử hữu hạn có hai, ba và bốn điểm nút (theo Nam-II Kim, Son Thai & Jaehong Lee 2016) dựa trên hàm đa thức nội suy được trình bày. Trạng thái cân bằng của kết cấu cáp dưới tác dụng của lực căng trước, trọng

lượng bản thân và chuyển vị được xác định dựa trên phương pháp hàm phạt. Sơ đồ lặp tải gia tăng Newton – Raphson được sử dụng để giải quyết vấn đề phi tuyến hình học chịu tải trọng tĩnh học của kết cấu cáp. Ngoài ra, vấn đề dao động tự do dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn đề xuất cũng được trình bày để xác định mười tần số dao động tự nhiên đầu tiên của kết cấu cáp và các dạng dao động của mười tần số đầu tiên này.

2. THIẾT LẬP PHẦN TỬ CÁP

Đầu tiên, xem xét ba cấu hình của phần tử cáp được biểu diễn trong số hạng của hệ tọa độ Đề-Các như trên (Hình 1).



Hình 1. Cấu hình ban đầu và hai cấu hình nối tiếp của phần tử cáp

¹ Cơ sở 2 - Đại học Thủy Lợi.

Chuyển vị gia tăng từ cấu hình (C_1) đến cấu hình (C_2):

$$u_i = {}^2_0u_i - {}^1_0u_i; \quad i = 1 \div 3 \quad (1)$$

Trong thiết lập gia tăng, ten xơ Green – Lagrange ${}_0\mathcal{E}$ của cấp được xác định bởi phương trình sau:

$$({}^2dS)^2 - ({}^1dS)^2 = 2{}_0\mathcal{E}({}^0dS)^2 \quad (2)$$

$${}_0\mathcal{E} = \frac{d^0x_i du_i}{({}^0dS)^2} + \frac{d^0u_i du_i}{({}^0dS)^2} + \frac{du_i du_i}{2({}^0dS)^2} \quad (3)$$

trong đó ${}_0e$ và ${}_0\eta$ là biến dạng đàn hồi và phi tuyến tương ứng, xác định như sau:

$${}_0e = \frac{d^0x_i du_i}{({}^0dS)^2} + \frac{d^0u_i du_i}{({}^0dS)^2} \quad (4)$$

$${}_0\eta = \frac{du_i du_i}{2({}^0dS)^2} \quad (5)$$

Độ cứng tiếp tuyến tính và phi tuyến và véc tơ lực được đánh giá bằng cách sử dụng các hàm đa thức nội suy Lagrange. Trong hệ tọa độ Lagrange, các phương trình có thể được xác định cho phần tử đường theo phương trình dưới đây:

$$\int_{S_o} A E_T \Delta \varepsilon \delta \Delta \varepsilon dS + \int_{S_o} A \sigma \delta \Delta \eta dS = \Re - \int_{S_o} A \sigma \delta \Delta \varepsilon dS \quad (6)$$

trong đó S_o là chiều dài cung của phần tử cấp tại cấu hình ban đầu; A và E_T tương ứng là diện tích mặt cắt ngang và mô đun đàn hồi tiếp tuyến của phần tử. $\Re$ là công của ngoại lực.

Phân tích phần tử đẳng tham số:

Công thức xác định hàm nội suy chuyển vị đối với các phần tử đẳng tham số bởi công thức tổng quát như sau:

$$\psi_k(r) = f_k(r) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{(r - r_k)}{(r_i - r_k)} \quad (7)$$

trong đó r_i là tọa độ tự nhiên của nút i

Tọa độ các nút x_i bên trong phần tử trong hệ tọa độ Đề-các có thể được cho như một hàm tọa độ nút rời rạc như sau:

$$x_i = \sum_{k=1}^n \psi_k x_i^k; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

Biểu thức ma trận được trình bày như sau:

$$x = \Psi x \quad (9)$$

trong đó, n là số nút mỗi phần tử và ψ_k là hàm nội suy chuyển vị mà những hệ số của hàm này được cho trong những số hạng của tọa độ gốc r . Trong bài báo này, phần tử đẳng tham số hai, ba và bốn điểm nút được sử dụng và các biểu thức chi tiết cho ψ_k được trình bày trong (K.J. Bathe, 1996).

$$u_i = \sum_{k=1}^n \psi_k u_i^k; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

Hoặc dưới dạng ma trận

$$u = \Psi u \quad (11)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi^1 & 0 & 0 & \psi^n & 0 & 0 \\ 0 & \psi^1 & 0 & \dots & 0 & \psi^n \\ 0 & 0 & \psi^1 & 0 & 0 & \psi^n \end{bmatrix} \quad (12)$$

Chiều dài cung tại một điểm x_i của phần tử cấp được cho bởi:

$$S_o(r) = \sum_{k=1}^n \psi_k(r) S_o^k \quad (13)$$

trong đó S_o^k là chiều dài cung tại điểm nút k tham chiếu đến cấu hình ban đầu.

Đối với tính toán tĩnh, mối quan hệ lực-chuyển vị gia tăng hợp lực có thể được xác định theo:

$$([K_u]_{3n \times 3n} + [K_\sigma]_{3n \times 3n}) \{\Delta u\}_{3n \times 1} = \{F_c\}_{3n \times 1} + \{F_b\}_{3n \times 1} - \{F_{int}\}_{3n \times 1} \quad (14)$$

trong đó $[K_u]$ và $[K_\sigma]$ tương ứng là ma trận độ cứng phụ thuộc chuyển vị và phụ thuộc ứng suất, $\{F_c\}$ và $\{F_{int}\}$ tương ứng là véc tơ ngoại lực và nội lực, $\{F_b\}$ là véc tơ tải bản thân phần tử. Phần phụ thuộc chuyển vị của ma trận độ cứng được xác định như sau:

$$[K_u]_{3n \times 3n} = A \int_{-1}^{+1} E_T [B_o + B_L]_{3n \times 1}^T [B_o + B_L]_{1 \times 3n} |J| dr \quad (15)$$

trong đó: ma trận quan hệ chuyển vị - biến dạng nhỏ $[B_o]$ có thể được viết như sau:

$$[B_o]_{1 \times 3n} = [B_{o1}, \dots, B_{on}] \quad (16)$$

trong đó:

$$[B_{ok}]_{1 \times 3} = \left[\frac{\partial x_1}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S}, \frac{\partial x_2}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S}, \frac{\partial x_3}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S} \right] \quad (17)$$

trong đó

$$\frac{\partial \psi^k}{\partial S} = \frac{\partial r}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial r} = \frac{1}{|J|} \frac{\partial \psi^k}{\partial r} \quad (18a)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial S} = \frac{\partial r}{\partial S} \frac{\partial x_1}{\partial r} = \frac{1}{|J|} \sum_{k=1}^n \frac{\partial \psi^k}{\partial r} x_i^k \quad (18b)$$

trong đó: $|J|$ là định thức Jacobi.

$$J = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \psi^k}{\partial r} S_o^k \quad (19)$$

Bằng cách sử dụng thủ tục chuẩn cho bài toán phi tuyến hình học, $[B_L]$ được xác định như sau:

$$[B_L]_{1 \times 3n} = [B_{L1}, \dots, B_{Ln}] \quad (20)$$

trong đó:

$$[B_{Lk}]_{1 \times 3} = \left[\frac{\partial u_1}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S}, \frac{\partial u_2}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S}, \frac{\partial u_3}{\partial S} \frac{\partial \psi^k}{\partial S} \right] \quad (21)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial S} = \frac{\partial r}{\partial S} \frac{\partial u_1}{\partial r} = \frac{1}{|J|} \sum_{k=1}^n \frac{\partial \psi^k}{\partial r} u_i^k \quad (22)$$

Ma trận độ cứng phụ thuộc ứng suất có thể được xác định như:

$$[K_\sigma]_{3n \times 3n} = A \int_{-1}^{+1} [B_{NL}]_{3n \times 1}^T [\bar{\sigma}] [B_{NL}] |J| dr \quad (23)$$

$$[B_{NL}]_{3 \times 3n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi^1}{\partial S} & 0 & 0 & \frac{\partial \psi^n}{\partial S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \psi^1}{\partial S} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \psi^n}{\partial S} \\ 0 & 0 & \frac{\partial \psi^1}{\partial S} & 0 & 0 & \frac{\partial \psi^n}{\partial S} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[\bar{\sigma}]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \quad (25)$$

Tải bản thân phần tử $\{F_b\}$ được cho bởi:

$$\{F_b\}_{3n \times 1} = A \int_{-1}^{+1} [H]^T \{f_b\} |J| dr \quad (26)$$

trong đó $\{f_b\}$ là trọng lượng trên một thể tích đơn vị theo các hướng x_i , và

$$[H]_{3 \times 3n} = \begin{bmatrix} \psi^1 & 0 & 0 & \psi^n & 0 & 0 \\ 0 & \psi^1 & 0 & \dots & 0 & \psi^n \\ 0 & 0 & \psi^1 & 0 & 0 & \psi^n \end{bmatrix} \quad (27)$$

Véc tơ nội lực phần tử $\{F_{int}\}$ có thể được xác định như:

$$\{F_{int}\}_{3n \times 1} = A \int_{-1}^{+1} \sigma [B_o + B_L]_{3n \times 1}^T |J| dr \quad (28)$$

3. XÁC ĐỊNH TRẠNG THÁI CÂN BẰNG BAN ĐẦU CỦA CÁP

Đối với phân tích đàn dẻo phi tuyến kết cấu cáp, trạng thái cân bằng ban đầu của cáp có thể

được xác định đầu tiên và sử dụng phương pháp hàm phạt theo sau:

$$\Pi = \frac{1}{2} \{u\}^T [K] \{u\} - \{u\}^T \{R\} + \frac{\alpha}{2} \left(i_u - \hat{i}_u \right)^2 \quad (29)$$

trong đó $[K] = [K_u] + [K_\sigma]$ là ma trận độ cứng tiếp tuyến, $\{R\} = \{F_c\} + \{F_b\}$ là véc tơ tải ngoại lực; α là hằng số lò xo ảo với giá trị tương đối lớn.

$$([K] + \alpha e_j e_j^T) \{u\} = \{R\} + \alpha \hat{i}_u e_j \quad (30)$$

Để xác định trạng thái cân bằng ban đầu của hệ cáp bằng cách giải bằng phương trình cân bằng gia tăng kết hợp với phương pháp hàm phạt như sau:

$$([K] + \alpha e_j e_j^T) \{\Delta u\} = \{R\} + \alpha \hat{i}_u e_j - \{F_{int}\} \quad (31)$$

4. PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG TỰ DO

4.1 Phương trình cơ bản dao động tự do của hệ có cản

$$[M] \ddot{u}(t) + [C] \dot{u}(t) + [K] u(t) = 0 \quad (32)$$

trong đó: $[K] = [K_L] + [K_{LN}]$ là ma trận độ cứng gồm thành phần tuyến tính và phi tuyến.

$[M]$ là ma trận khối lượng được xác định từ phép cầu phương Gauss:

$$[M] = \rho A \int_{-1}^{+1} \{\Psi\}^T \{\Psi\} |J| dr \quad (33)$$

$[C]$ là ma trận cản nhớt xác định theo phương pháp Ryleigh với hệ số đặc trưng:

$$[C] = \alpha_M [M] + \alpha_K [K] \quad (34)$$

với α_M , α_K tương ứng là hệ số khối lượng và hệ số cản tỷ lệ độ cứng xác định qua hai tần số riêng dao động tự do ω_1 , ω_2 và tỷ số cản của kết cấu ξ_1 , ξ_2 :

$$\alpha_M = \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\omega_2\xi_1 - \omega_1\xi_2) \quad (35)$$

$$\alpha_K = \frac{2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\omega_2\xi_2 - \omega_1\xi_1) \quad (36)$$

4.2 Xác định tần số dao động tự nhiên của hệ

Đối với phương trình (32) khi phân tích dao động tự do không cản hệ có dạng sau:

$$[M] \ddot{u}(t) + [K] u(t) = 0 \quad (37)$$

Nghiệm chuyển vị của phương trình (37):

$$u(t) = G_k e^{-i\omega_k t} \quad (38)$$

$$([K] - \omega_k^2 [M]) G_k e^{-i\omega_k} = 0 \quad (39)$$

trong đó: ω_k , G_k lần lượt là tần số tự nhiên và véc tơ chuyển vị của dao động thứ k^{th} .

Tần số dao động tự nhiên của các dạng dao động được xác định với định thức (40) dưới đây có giá trị bằng 0:

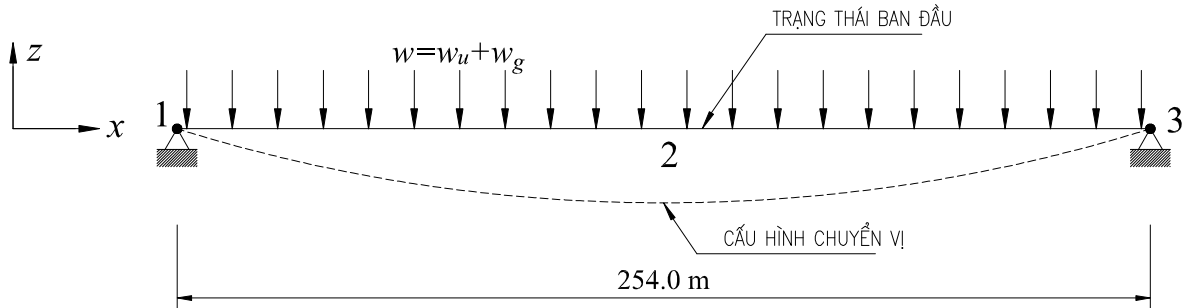
$$|[K] - \omega_k^2 [M]| = 0 \quad (40)$$

5. VÍ DỤ SỐ

5.1 Phân tích tĩnh học cáp đơn ứng suất trước chịu tải phân bố đều

Ở ví dụ đầu tiên này, chúng ta xét cáp ứng

suất trước với cấu hình được thể hiện trên Hình 2 và các thông số kỹ thuật thể hiện ở Bảng 1. Phần tử cáp này đã được nghiên cứu bởi (Jayaraman và Knudson, 1981), (Ozdermir, 1979) and (Desai et al, 1988), các kết quả chuyển vị của nghiên cứu này sẽ được so sánh, đánh giá với các nghiên cứu trên. Ban đầu, mô hình cáp là không ứng suất và biến dạng với chiều dài ban đầu là L_0 . Để xác định cấu hình cân bằng của cáp, chúng ta sử dụng thuật toán hàm phạt để đánh giá với các bước gia tăng tải trọng ở các vòng lặp của mô hình.



Hình 2. Cáp ứng suất trước chịu tải phân bố đều

Bảng 1. Đặc trưng của cáp đơn ứng suất trước

Các thông số	Số liệu
Diện tích mặt cắt ngang	41,94 mm ²
Mô đun đàn hồi	131.0 kN / mm ²
Trọng lượng bản thân cáp w_g	-46.12 N / m
Chiều dài ban đầu của cáp L_0	253,98 m
Ứng suất ban đầu của cáp	131.0 kN / mm ²

Trong ví dụ này, phần tử đẳng tham số hai điểm nút, phần tử ba điểm nút, phần tử bốn điểm nút được khảo sát từ 2 đến 256 phần tử

trên chiều dài cáp chịu tải trọng phân bố đều $w_u = 3,5024$ N/m. Chuyển vị ngang và đứng tại nút 2 tại giữa nhịp được trình bày ở Bảng 2 bởi nghiên cứu này và các nhà nghiên cứu khác, đồng thời so sánh kết quả nghiên cứu thu được. Kết quả thu được bởi phương pháp kiến nghị để của nghiên cứu trùng hợp với các kết quả của các tác giả khác đã công bố. Đồng thời, phần tử tuyến tính sử dụng đa thức nội suy bậc thấp hơn cho thấy kết quả hội tụ chậm hơn, phần tử có 4 nút chuyển vị hội tụ rất nhanh.

Bảng 2. So sánh chuyển vị đứng tại nút 2 dưới tác dụng của tải phân bố đều (m)

Kết quả nghiên cứu				Jayaraman và Knudson (1981)	Ozdermir, 1979	Desai et al (1988)
$w_u =$	Loại phần tử	Số phần tử	Chuyển vị đứng			
$-3,5024$ N / m	Phần tử hai điểm nút	2	-3,5192	-3,3434	-3,3426	-3,3411
		4	-3,3770			
		8	-3,3456			
		16	-3,3379			
		32	-3,3361			
		64	-3,3356			
		128	-3,3355			
		256	-3,3354			

	Phần tử ba điểm nút	2	-3,3526			
		4	-3,3366			
		8	-3,3355			
		16	-3,3354			
		32	-3,3354			
		64	-3,3354			
		128	-3,3354			
		256	-3,3354			
	Phần tử bốn điểm nút	2	-3,3354			
		4	-3,3354			
		8	-3,3354			
		16	-3,3354			
		32	-3,3354			
		64	-3,3354			
		128	-3,3354			
		256	-3,3354			

5.2 Phân tích dao động tự do kết cấu cáp ứng suất trước và tải phân bố đều

Trong phần này, sử dụng phần tử đẳng tham số có hai, ba và bốn điểm nút để phân tích tần số dao động tự nhiên của hệ cáp đơn ứng lực trước. Kết quả phân tích tần số dao động tự nhiên của hệ được khảo sát bởi chia phần tử với số phần tử từ 2 đến 128 phần tử. Tần số dao động tự nhiên đầu tiên được đưa ra bởi (Ozdermir, 1979) là 0.3582Hz.

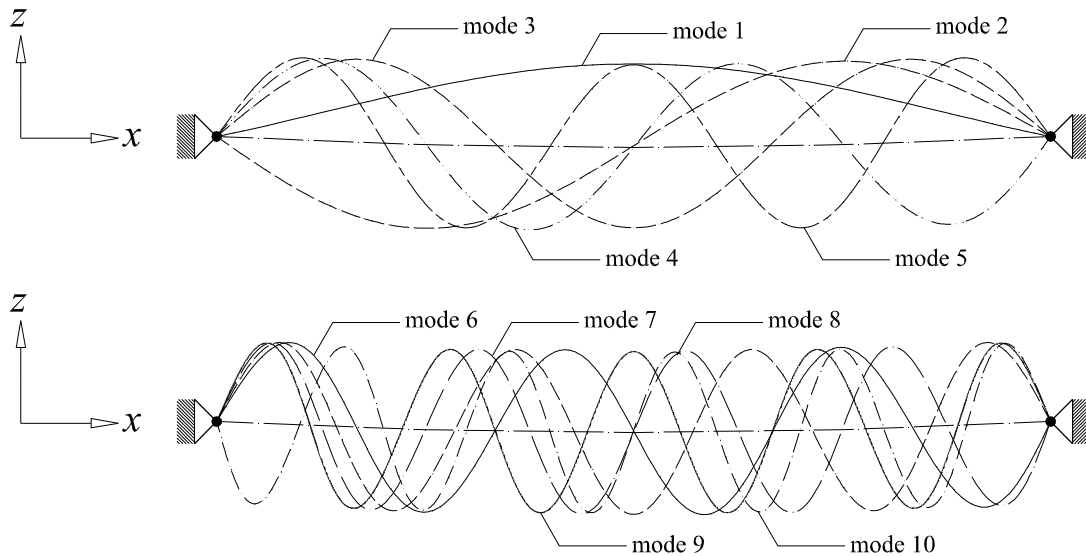
Kết quả của mười tần số dao động tự nhiên của hệ được thể hiện ở Bảng 2 khi khảo sát phần

tử đẳng tham số có hai, ba và bốn điểm nút tương ứng. Kết quả hội tụ của tần số dao động tự nhiên đầu tiên thu được từ nghiên cứu này là 0.3852Hz, trùng với kết quả của tác giả (Ozdermir, 1979) đưa ra. Để đạt kết quả này, đối với dạng phần tử đẳng tham số hai điểm nút cần chia 128 phần tử, trong khi phần tử dạng ba và bốn điểm nút tương ứng số phần tử là 16 và 4 phần tử. Mô hình phần tử bốn điểm nút cho kết quả hội tụ nhanh nhất. Trên Hình 3 thể hiện mười dạng dao động tự nhiên đầu tiên của phần tử cáp.

Bảng 3. Mười tần số dao động đầu tiên của phần tử cáp

Loại phần tử	Số phần tử	Mode dao động									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Phần tử hai điểm nút	2	0.4058	8.7575	-	-	-	-	-	-	-	-
	4	0.3920	0.6637	1.0808	8.1553	17.5252	28.4724	-	-	-	-
	8	0.3870	0.6205	0.9641	1.3345	1.7457	2.1688	2.5235	8.0013	16.3054	25.2302
	16	0.3857	0.6094	0.9256	1.2430	1.5768	1.9237	2.2888	2.6724	3.0755	3.4945
	32	0.3853	0.6067	0.9160	1.2198	1.5312	1.8446	2.1635	2.4870	2.8169	3.1531
	64	0.3853	0.6060	0.9136	1.2140	1.5198	1.8249	2.1322	2.4401	2.7500	3.0612
	128	0.3852	0.6058	0.9130	1.2126	1.5170	1.8200	2.1244	2.4284	2.7333	3.0383
Phần tử ba điểm nút	2	0.3891	0.6583	1.1664	7.9795	15.9993	28.6942	-	-	-	-
	4	0.3856	0.6104	0.9358	1.2475	1.7174	2.2290	2.7774	7.9521	15.9541	24.2338
	8	0.3853	0.6061	0.9145	1.2180	1.5316	1.8526	2.1858	2.4547	2.9737	3.3995
	16	0.3852	0.6058	0.9129	1.2125	1.5172	1.8209	2.1270	2.4343	2.7447	3.0581
	32	0.3852	0.6058	0.9128	1.2122	1.5161	1.8185	2.1221	2.4252	2.7290	3.0327
	64	0.3852	0.6057	0.9128	1.2121	1.5161	1.8184	2.1218	2.4246	2.7279	3.0309
	128	0.3852	0.6058	0.9128	1.2121	1.5161	1.8184	2.1218	2.4246	2.7278	3.0307

Phần tử ba điểm nút	2	0.3856	0.6098	0.9547	1.3239	2.0941	7.9506	15.9997	24.4676	32.7813	52.8414
	4	0.3852	0.6059	0.9140	1.2201	1.5371	1.8758	2.2475	2.5384	3.3912	4.0707
	8	0.3852	0.6058	0.9129	1.2122	1.5166	1.8199	2.1257	2.4405	2.7467	3.0660
	16	0.3852	0.6058	0.9128	1.2121	1.5161	1.8184	2.1218	2.4247	2.7282	3.0315
	32	0.3852	0.6058	0.9128	1.2121	1.5161	1.8184	2.1218	2.4246	2.7278	3.0307
	64	0.3852	0.6057	0.9128	1.2121	1.5161	1.8184	2.1218	2.4246	2.7278	3.0307
	128	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-



Hình 3. Mười dạng dao động tự do của cáp hai phần tử

6. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

6.1 Kết luận

Phương pháp phần tử hữu hạn đẳng tham số kết hợp phép cầu phương Gauss được sử dụng để xác định ứng xử của kết cấu cáp dưới tác dụng tĩnh học và dao động tự do đem lại hiệu quả cao. Phương pháp số được phát triển dựa trên hàm đa thức nội suy Lagrange để xác định và phân tích kết cấu cáp này. Phần tử đẳng tham số có hai, ba và bốn điểm nút được sử dụng, trong đó kết quả của phần tử bốn điểm nút cho sự hội tụ nhanh hơn trong tính toán.

Kết quả thu được từ bài báo này so với các nghiên cứu khác cho sai số nhỏ.

6.2 Kiến nghị

Phương pháp phần tử hữu hạn đẳng tham số sử dụng để phân tích tĩnh học và động học kết cấu cáp có độ chính xác và hiệu quả trong giải quyết các vấn đề liên quan đến cơ học kết cấu và vật rắn. Kết quả của nghiên cứu này có thể được xem xét sử dụng làm nền tảng cơ bản cho các nghiên cứu khác có ảnh hưởng nhiều bởi kết cấu cáp như phi tuyến vật liệu, ứng xử của kết cấu cáp khi chịu các tác động của động đất hay gió theo thời gian. Ngoài ra, có thể sử dụng phương pháp này để tính toán các kết cấu cáp khác như cầu dây văng, dây võng, kết cấu mái sân khấu, công trình ngoài khơi...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Irvine HM (1981) *Cable structures*, The MIT Press, Cambridge, MA, USA.
K.J. Bathe (1996), *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
Nam-II Kim, Son Thai & Jaehong Lee (2016), *Nonlinear elasto-plastic analysis of slack and taut cable structures*, Engineering with Computers, DOI 10.1007/s00366-016-0440-7.

- Thai HT, Kim SE (2011), *Practical advanced analysis software for nonlinear inelastic dynamic analysis of steel structures*, Journal of Constructional Steel Research 67 (2011) 453–461.
- Thai HT, Kim SE (2011), *Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures*, Finite Elem Anal Des 47:237-246.
- O'Brien W, Francis A (1964) *Cable movements under two-dimensional loads*, J Struct Div, ASCE 90:89-123.
- Jayaraman H, Knudson W (1981) *A curved element for the analysis of cable structures*, Comput Struct 14:325-333.
- Desai et al (1988), *Geometric nonlinear static analysis*, Computer & Structures Vol. 29, No 6, pp 1001-1009.
- Ozdemir (1979), *A finite element approach for cable problems*, Solides Structures Vol. 15, pp 427-437.

Abstract:

**NUMERICAL METHOD OF STRUCTURAL CABLE FREE VIBRATION
AND NONLINEAR ANALYSIS**

This paper presents the geometrically nonlinear analysis and free vibration analysis subjected to self-weight, pretension, and external loads. The finite element procedure is used the Lagrangian formulation associated with isoparametric interpolation polynomials. The Newton-Raphson iterative scheme with incremental load determined the static displacement of the cable structure. In addition, the free vibration of this cable structure is also considered, the natural frequency of the cable structure is also determined by the parametric finite element method. Numerical example is presented to evaluate the accuracy and reliability of this method in comparison with previously investigated results.

Keywords: Cable structures; Nonlinear analysis; Elasto-plastic analysis; Finite element method; Catenary cable element; Geometrical nonlinearity; Material inelasticity, Free vibration

Ngày nhận bài: 20/02/2017

Ngày chấp nhận đăng: 30/6/2017